الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: 2020

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

1) قانون احتمال المتغيّر العشوائي X معرّف بالجدول المقابل :

x_i	-2	0	1	3
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$

الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغيّر العشوائي X هو:

أ) $-\frac{1}{20}$ ب) $-\frac{1}{10}$ جـ) $-\frac{3}{20}$

2) المتتالية العددية (w_n) معرّفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ : $w_n = 4\times 5^n - 2n + 1$

نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = w_0 + w_1 + w_2 + \cdots + w_n$

S_n يساوي: أ) $5^{n+1} - (n+1)^2$ ب) $5^{n+1} - n^2$ جـ) $5^n - n^2$

3) نعتبر المتراجحة ذات المجهول الحقيقي x : $-2e^{2x} + 5e^x - 2 \geq 0$

مجموعة حلول هذه المتراجحة في مجموعة الأعداد الحقيقية هي:

أ) $[-\ln 2; \ln 2]$ ب) $[-1; -\ln 2]$ جـ) $[\ln 2; +\infty[$

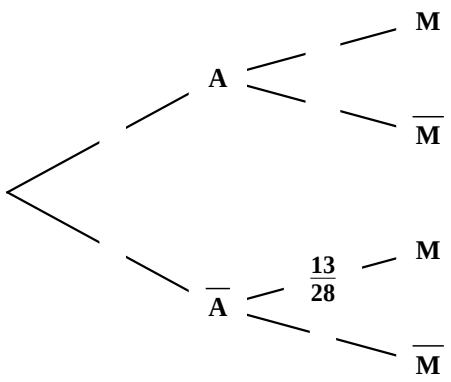
التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي وعاء U على 4 كريات حمراء و 6 سوداء، ويحتوي وعاء V على 5 كريات حمراء و 3 سوداء وكل الكريات متماثلة ولا نفرّق بينها عند اللّمس. نسحب عشوائيا كريتين في آنٍ واحد من أحد الوعاءين بالكيفية التالية:

نقوم بسحب بطاقة واحدة عشوائيا من كيس يحتوي على 6 بطاقات متماثلة ومرقمة من 1 إلى 6 ، إذا تحصلنا على أحد الرقمين 3 أو 5 نسحب الكريتين من U و في باقي الحالات نسحب الكريتين من V .

نسمّي A الحدث: " الحصول على أحد الرقمين 3 أو 5 " .

نسمّي M الحدث: " الحصول على كريتين من نفس اللّون".



1) تحقق أنّ $P(\overline{A})$ احتمال السّحب من الوعاء V هو $\frac{2}{3}$.

2) علماً أنّ الكريتين المسحوبتين من U، بيّن أنّ احتمال أن تكونا من نفس اللّون هو $\frac{7}{15}$.

3) انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها واستنتج $P(M)$.

4) احسب $P_{\overline{M}}(A)$ احتمال السّحب من الوعاء U علما أنّ الكريتين المسحوبتين مختلفتا اللّون؟

www.dzexams.com

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرّفة بـِ : $u_0=\alpha$ (α عدد حقيقي)، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{3}{4}u_n-1$.

1) نفرض أنّ $\alpha=-4$.

برهن بالتّراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n=-4$.

2) نفرض أنّ $\alpha\neq-4$.

نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرّفة على مجموعة الأعداد الطبيعية $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=u_n+4$.

أ . أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$.

ب. اكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n و α ثمّ بيّن أنّ المتتالية (u_n) متقاربة.

جـ. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n$.

احسب S_n بدلالة n و α ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الدالة العددية f معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـِ: $f(x)=x-1-\frac{\ln x}{x^2}$.

$(\mathcal{C}_f)$ التمثيل البياني لـ f في مستوٍ منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.(تُؤخذ وحدة الطول $2cm$)

1) أ . احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$ و فسّر النتيجة هندسيا ثمّ بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

ب. بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ عند $+\infty$.

جـ. ادرس وضعية $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

2) الدالة العددية g معرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـِ: $g(x)=x^3-1+2\ln x$.

أ . بيّن أنّ g متزايدة تماماً على $]0;+\infty[$.

ب. احسب $g(1)$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $]0;+\infty[$.

3) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$.

ب. استنتج اتجاه تغيّر الدالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

4) بيّن أنّ التمثيل البياني $(\mathcal{C}_f)$ يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ)، ويُطلب تعيين معادلة له.

5) أنشئ (T)، (Δ) و $(\mathcal{C}_f)$.

6) الدالة العددية h معرّفة على $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ بـ : $h(x)=-|x|+1+\frac{\ln|x|}{x^2}$.

أ . بيّن أنّ h دالة زوجية.

ب. اشرح كيف يتم إنشاء المنحنى (C_h) الممثّل للدالة h انطلاقا من (C_f). (لا يُطلب انشاء (C_h)).

انتهى الموضوع الأول

www.dzexams.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية، مع التبرير:

1) نعتبر الدّالة f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بالشكل : $f(x)=-x+\ln x$.

على المجال $]0;+\infty[$ ، الدّالة f :

أ) متزايدة تماما **ب)** متناقصة تماما **جـ)** غير رتيبة

2) يتكون فريق عمل من 4 إناث و 3 ذكور، يراد تشكيل لجنة تضم 3 أعضاء.

احتمال أن تكون اللجنة من الجنسين هو:

أ) $\frac{6}{7}$ **ب)** $\frac{4}{7}$ **جـ)** $\frac{1}{7}$

3) لتكن (u_n) متتالية هندسية أساسها e وحدها الأول u_0 ، حيث: $u_0=e^{-\frac{1}{2}}$. (eأساس اللوغاريتم النيبيري)

من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n=\ln(u_0\times u_1\times\cdots\times u_n)$

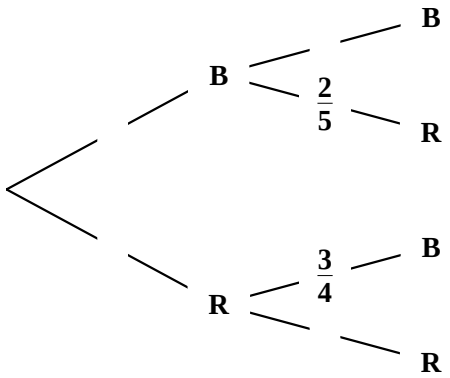
S_n يساوي:

أ) $\frac{n^2-1}{2}$ **ب)** $\frac{n^2+1}{2}$ **جـ)** $\frac{n^2}{2}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

كيس به ثلاث كريات بيضاء وكريتين حمراوين لا نميّز بينها عند اللمس، نسحب عشوائيا كريتين على التوالي من الكيس بالكيفية التالية: إذا كانت الكرية المسحوبة بيضاء نعيدها إلى الكيس و إذا كانت حمراء لا نعيدها إلى الكيس .

1) أ. انقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثم أكملها.



B يرمز إلى الحصول على كرية بيضاء و R إلى الحصول على كرية حمراء.

ب. احسب احتمال أن تكون الكرية المسحوبة الثانية حمراء.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب لكريتين عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

أ. عيّن مجموعة قيم المتغير العشوائي X .

ب. بيّن أنّ: $P(X=1)=\frac{27}{50}$ ، ثمّ عرّف قانون احتمال المتغير العشوائي X .

جـ. احسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X .

www.dzexams.com

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة كما يلي: $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=3u_n-2n+3$

1) احسب كلا من u_1 و u_2 ثم خمّن اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

2) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=u_n-n+1$.

أ . بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها 3 ، يُطلب حساب حدّها الأول.

ب. اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة الحدّ العام u_n بدلالة n .

جـ. ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$.

أ. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n=\frac{1}{2}\left(3^{n+1}+n^2-n-3\right)$.

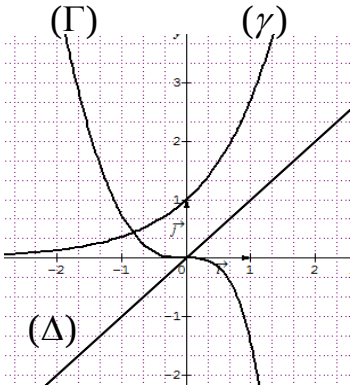
ب. احسب : $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

في الشّكل المرفق، (Γ) المنحنى الممثِّل للدّالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=2x^2+2x-2xe^x$

(Δ) المستقيم ذو المعادلة: $y=x$ و (γ) المنحنى الممثل للدالة: $x\mapsto e^x$.



بقراءة بيانية:

1) برّر أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $e^x-x>0$

2) حدّد تبعا لقيم العدد الحقيقي x اشارة $g(x)$ علما أنّ $g(0)=0$.

II) الدّالة العددية f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=-1+\frac{2e^x}{e^x-x}$.

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم السابق.

1) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ واحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثمّ فسِّر نتيجتي النهايتين هندسيا.

2) أ . بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x يكون: $f'(x)=\frac{2e^x(1-x)}{(e^x-x)^2}$.

ب. استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكِّل جدول تغيّراتها.

3) أ . اكتب معادلة لـ(T) المماس للمنحنى (C_f) في النّقطة A ذات الفاصلة 0.

ب. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x يكون: $f(x)-(2x+1)=\frac{g(x)}{e^x-x}$.

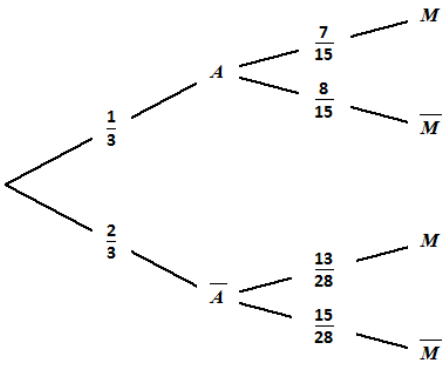
جـ. استنتج الوضع النسبي لـ (C_f) و (T) على $\mathbb{R}$ ، ماذا تمثّل النقطة A بالنسبة إلى (C_f)؟

4) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty;1]$ ، ثم تحقق أنّ: $-0.6\langle\alpha\langle-0.5$.

5) أنشئ المماس (T) والمستقيمين المقاربين ثم المنحنى (C_f).

انتهى الموضوع الثاني

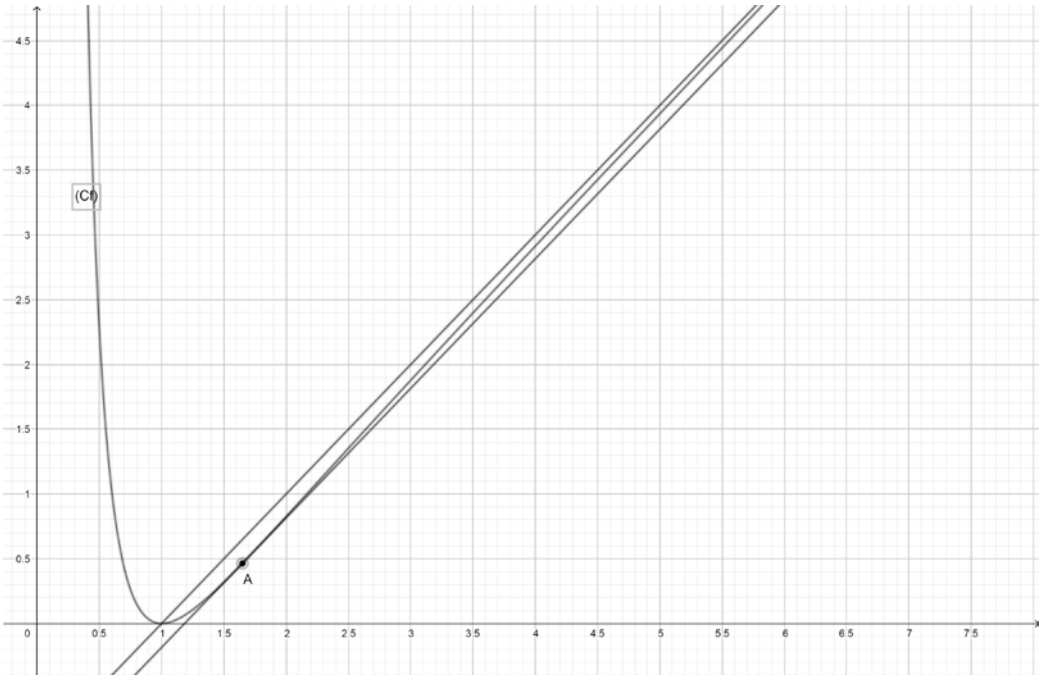
www.dzexams.com

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التّمرين الأوّل: (04 نقاط)		
1) الاقتراح الصحيح: جـ) $E(X)=-\frac{3}{20}$ ، التبرير.	2x0.5	1
2) الاقتراح الصحيح: ب) $5^{n+1}-n^2$ التّبرير: $S_n=4(1+5^1+5^2+...+5^n)-2(1+2+...+n)+(n+1)=5^{n+1}-n^2$	0.5+1	1.5
3) الاقتراح الصحيح: أ) $[-\ln 2;\ln 2]$ التّبرير: $-2e^{2x}+5e^x-2\geq 0$ تكافئ $(e^x-2)(2e^x-1)\leq 0$	0.5+1	1.5
التّمرين الثّاني: (04 نقاط)		
1) $P(\overline{A})=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.	0.5	0.5
2) $P_A(M)=\frac{C_4^2+C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{6+15}{45}=\frac{7}{15}$	0.75	0.75
3) شجرة الاحتمالات:  الاستنتاج: $P(M)=P(A)\times P_A(M)+P(\overline{A})\times P_{\overline{A}}(M)=\frac{1}{3}\times\frac{7}{15}+\frac{2}{3}\times\frac{13}{28}=\frac{293}{630}$	1 0.75	1.75
4) $P_{\overline{M}}(A)=\frac{P(A\cap\overline{M})}{P(\overline{M})}=\frac{\frac{1}{3}\times\frac{8}{15}}{1-\frac{293}{630}}=\frac{8}{45}\times\frac{630}{337}=\frac{112}{337}$	0.25x4	1
التّمرين الثّالث: (05 نقاط)		
1) لدينا: $u_0=-4$ ، من أجل n كيفي من $\mathbb{N}$ نفرض أنّ: $u_n=-4$ ، نجد: $u_{n+1}=-4$ ، بالتّالي من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n=-4$.	0.25 + 0.75	1

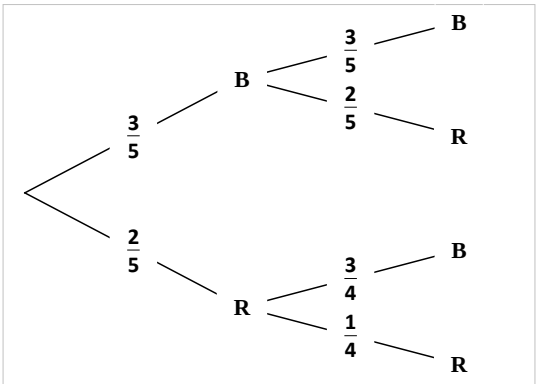
www.dzexams.com

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجموعة	العلامة مجموعة
2) أ) لدينا: $v_{n+1}=u_{n+1}+4=\frac{3}{4}(u_n+4)=\frac{3}{4}v_n$	0.75	4
ب) نجد: $v_0=\alpha+4$ و $v_n=(\alpha+4)\left(\frac{3}{4}\right)^n$ ومنه: $u_n=(\alpha+4)\left(\frac{3}{4}\right)^n-4$ لدينا: $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=-4$ أي (u_n) متقاربة.	0.5+0.25 0.5 0.5	
جـ) نجد: $S_n=4\left[(\alpha+4)\left(1-\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}\right)-(n+1)\right]$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=-\infty$	1 0.5	
التّمرين الرابع: (07 نقاط)		
1) أ) بالحساب نجد: $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)=+\infty$ التّفسير: المستقيم ذو المعادلة $x=0$ مقارب لـ (C_f) ولدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ، لأنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x^2}=0$.	0.5 0.25 0.5	2
ب) لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-(x-1)]=\lim\limits_{x\to+\infty}-\frac{\ln x}{x^2}=0$ ، إذن المستقيم (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$	0.25	
جـ) المنحنى (C_f) فوق (Δ) على المجال $]0;1[$ ، المنحنى (C_f) تحت (Δ) على المجال $]1;+\infty[$ و $(C_f)\cap(\Delta)=\{A(1;0)\}$	0.5	
2) أ) من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $g'(x)=3x^2+\frac{2}{x}$ و $g'(x)>0$ بالتّالي g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$	0.25x2 0.25	1.5
ب) لدينا: $g(1)=0$ و بما أنّ g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ نجد: $g(x)<0$ على المجال $]0;1[$ و $g(x)>0$ على المجال $]1;+\infty[$	0.25 0.5	
3) أ) من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=1-\frac{1-2\ln x}{x^3}=\frac{g(x)}{x^3}$	0.5	1.25
ب) الدّالة f متناقصة تماما على $]0;1]$ ومتزايدة تماما على $[1;+\infty[$ جدول التّغيرات	0.5 0.25	
4) لدينا $f'(x)=1$ تعني $1-2\ln x=0$ أي $x=\sqrt{e}$ بالتّالي (C_f) يقبل مماسا (T) معادلة له $y=x-1-\frac{1}{2e}$	0.25 0.25	0.5

www.dzexams.com

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
5) انشاء (T)، (Δ) و (C_f) 	0.25x2 0.5	1
6) أ) بيان أنّ h دالة زوجية	0.25	0.75
ب) لدينا $\begin{cases} h(x)=-f(x) \ ; \ x>0 \\ h(x)=x+1+\dfrac{\ln(-x)}{x^2} \ ; x<0 \end{cases}$ ومنه: على المجال $]0;+\infty[$ يكون (C_h) نظير (C_f) بالنسبة إلى حامل محور الفواصل ونحصل على (C_h) على المجال $]-\infty;0[$ بالتّناظر بالنسبة إلى حامل محور التّراتيب.	0.25 0.25	

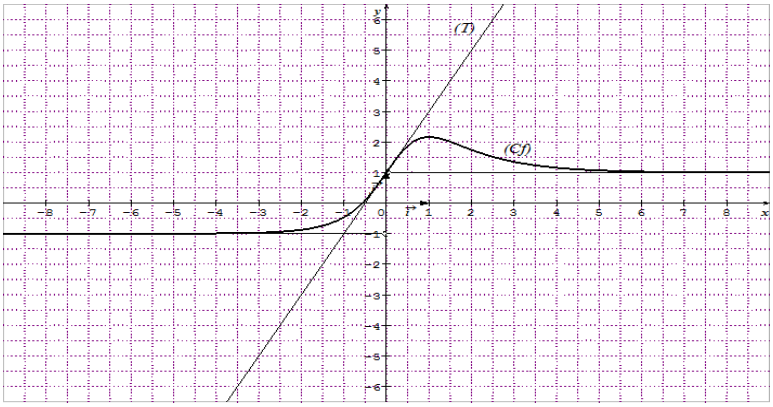
www.dzexams.com

عناصر الإجابة (الموضوع الثّاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التّمرين الأوّل: (04 نقاط)		
1) الاقتراح الصحيح: **جـ)** غير رتيبة. التّبرير: $f'(x)=\frac{1-x}{x}$ و f' تغيّر إشارتها على المجال $]0;+\infty[$	1+0.5	1.5
2) الاقتراح الصحيح: أ) $\frac{6}{7}$ ، التّبرير: $P=\frac{C_3^1\times C_4^2+C_3^2\times C_4^1}{C_7^3}=\frac{6}{7}$	0.5+0.5	1
3) الاقتراح الصحيح: أ) $\frac{n^2-1}{2}$ ، التّبرير: $\ln(u_n)=n-\frac{1}{2}$ و $S_n=(0-\frac{1}{2})+(1-\frac{1}{2})+(2-\frac{1}{2})+...+(n-\frac{1}{2})=\frac{n(n+1)}{2}-\frac{n+1}{2}=\frac{n^2-1}{2}$	1+0.5	1.5
التّمرين الثّاني: (04 نقاط)		
1) أ) شجرة الاحتمالات:  	0.25x4	1.5
ب) احتمال أنّ تكون الكريّة المسحوبة الثّانية حمراء: $P=\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{4}=\frac{17}{50}$	0.5	
2) أ) مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X هي: $\{0;1;2\}$.	0.5	2.5
ب) لدينا: $P(X=1)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{27}{50}$ ونجد: $P(X=0)=\frac{9}{25}$ و $P(X=2)=\frac{1}{10}$	3x0.5	
جـ) نجد: $E(X)=\frac{37}{50}$	0.25x2	
التّمرين الثّالث: (05 نقاط)		
1) نجد: $u_1=3$ و $u_2=9$ ، التّخمين: (u_n) متزايدة تماما.	0.25x3	0.75
2) أ) نجد: $v_{n+1}=u_{n+1}-(n+1)-1=3v_n$ بالتّالي (v_n) هندسية أساسها 3 و $v_0=1$	0.25+1	2.75
ب) نجد: $v_n=3^n$ و $u_n=3^n+n-1$	0.5+0.5	
جـ) لدينا: $u_{n+1}-u_n=2\times3^n+1$ نجد: (u_n) متزايدة تماما	0.25x2	

www.dzexams.com

عناصر الإجابة (الموضوع الثّاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
3) أ) من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $S_n=(v_0+v_1+v_2+...+v_n)+(-1+0+1+....+(n-1))$ إذن: $S_n=\frac{1}{2}\left(3^{n+1}+n^2-n-3\right)$	0.25x2 0.5	1.5
ب) $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n=+\infty$	0.5	
التّمرين الرابع: (07 نقاط)		
I)1) لدينا: من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $e^x-x>0$ لأنّ (γ) يقع فوق (Δ) على $\mathbb{R}$	0.25	0.25
2) على $]-\infty;0[$ لدينا: $g(x)>0$ و على $]0;+\infty[$ لدينا : $g(x)<0$	0.25	0.25
II)1) لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-1+\frac{2}{1-xe^{-x}}\right)=1$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$ التّفسير: $y=1$ و $y=-1$ معادلتا مستقيمين مقاربين لـ: (C_f)	2x0.25 2x0.25	1
2) أ) من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x)=\frac{2e^x(e^x-x)-2e^x(e^x-1)}{(e^x-x)^2}=\frac{2e^x(1-x)}{(e^x-x)^2}$	0.5	1.75
ب) إشارة $f'(x)$ من إشارة $(1-x)$ بالتّالي: الدّالة f متزايدة تماما على $]-\infty;1]$ ومتناقصة تماما على $[1;+\infty[$. $f(1)=\frac{e+1}{e-1}$ ، جدول التّغيرات.	0.5 2x0.25 0.25	
3) أ) معادلة للمماس (T): $y=2x+1$	0.5	1.75
ب) بيان أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)-(2x+1)=\frac{g(x)}{e^x-x}$	0.5	
جـ) المنحنى (C_f) فوق (T) على المجال $]-\infty;0[$ ، المنحنى (C_f) تحت (T) على المجال $]0;+\infty[$ و $(C_f)\cap(T)=\{A(0;1)\}$ A نقطة انعطاف للمنحنى (C_f)	0.5 0.25	
4) بيان أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-\infty;1]$ التّحقق أنّ: $-0.6\langle\alpha\langle-0.5$.	0.5 0.25	0.75

www.dzexams.com

عناصر الإجابة (الموضوع الثّاني)	العلامة	
	مجزأة	مجموعة
5) انشاء (T) والمستقيمين المقاربين ثم المنحنى (C_f) 	0.25 2x0.25 0.5	1.25

www.dzexams.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

دورة: 2021

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يُراد تشكيل بطريقة عشوائية لجنة تتكون من عضوين من بين ثلاثة رجال H_1، H_2 و H_3 و امرأتان F_1 و F_2.

نعتبر الحوادث A، B و C حيث: A " عضوا اللجنة من نفس الجنس ".

B " عضوا اللجنة من جنسين مختلفين ".

C " H_1 عضو في اللجنة ".

1) أ. احسب $p(A)$، $p(B)$ احتمال A و B على الترتيب.

ب. بيّن أنّ $p(C)$ احتمال الحدث C يساوي $\frac{2}{5}$.

2) المتغير العشوائي X يرفق بكلّ إمكانية اختيار لعضوين عدد الرّجال في اللّجنة.

أ. برّر أنّ مجموعة قيم X هي $\{0;1;2\}$.

ب. عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1) الدّالة العددية f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+\frac{2}{e^x+1}$

من أجل كلّ عدد حقيقي x لدينا: $f(x)+f(-x)=2$

2) (u_n) متتالية هندسية معرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول 2 وأساسها $\frac{1}{3}$، نضع: $S_n=u_0+u_1+\dots+u_n$

من أجل كل عدد طبيعي n عبارة S_n هي: $3-\frac{1}{3^{n+1}}$

3) الدّالة العددية g المعرّفة على $[0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x+\ln(e^x+1)$

تمثيلها البياني (C) في المستوي المنسوب إلى معلم يقبل مستقيما مقاربا مائلا $y=2x$ معادلة له.

4) الدّالة العددية h المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=e^{3x}+\frac{1}{3}$ هي حلّ للمعادلة التفاضلية $y'-3y=1$

www.dzexams.com

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = -4n+3$

1) بيّن أنّ المتتالية (u_n) حسابية يُطلب تعيين أساسها r وحدّها الأول u_0.

2) من أجل كلّ عدد طبيعي n نضع: $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

أ. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n: $S_n = -2n^2 + n + 3$

ب. عيّن قيمة العدد الطبيعي n حيث: $S_n = -30132$

3) المتتالية العددية (v_n) حدودها موجبة تماما و من أجل كلّ عدد طبيعي n: $u_n = \ln(v_n)$

أ. اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n.

ب. بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها e^{-4}.

4) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S'_n = \ln[v_0(1-\frac{1}{2})] + \ln[v_1(1-\frac{1}{3})] + \cdots + \ln[v_n(1-\frac{1}{n+2})]$

احسب S'_n بدلالة n.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) الدّالة العددية g معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 2x^3 - 2x^2 + 3x - 2$

1) بيّن أنّ الدّالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.

2) أ. بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يُحقِّق: $0,7 < \alpha < 0,8$

ب. استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) الدّالة العددية f معرّفة على $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = 2x - 1 + \ln\left(1 + \frac{1-x}{x^2}\right)$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ. بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = +\infty$ ثم فسِّر النتيجة هندسيا.

ب. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي غير معدوم x: $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x^2-x+1)}$

ب. استنتج أنّ f متزايدة تماما على كلّ من $]-\infty;0[$ و $[\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]0;\alpha]$.

جـ. شكّل جدول تغيّرات الدّالة f.

3) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = 2x - 1$ مقارب مائل لـ(C) ثمّ ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ)

4) بيّن أنّ (C) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) في النّقطة A ذات الفاصلة 2 ثمّ اكتب معادلة له.

5) بيّن أنّ (C) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها β تُحقِّق: $-0,5 < \beta < -0,4$

6) ارسم (Δ)، (T) و المنحنى (C). (نأخذ: $f(\alpha) \approx 0,87$).

انتهى الموضوع الأول

www.dzexams.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

صندوق به 9 بطاقات متماثلة لا نفرّق بينها باللمس، مكتوب على كلّ منها سؤال واحد، منها ثلاثة أسئلة في الهندسة مرقمة بـ: 1، 2 و 3، أربعة أسئلة في الجبر مرقمة بـ: 1، 2، 3 و 4 وسؤالين في التحليل مرقمين بـ: 1 و 2

نسحب عشوائيا بطاقة واحدة من الصندوق ونعتبر الحوادث التالية:

A "سحب سؤال في الهندسة "، B "سحب سؤال في التحليل " و C "سحب سؤال في الجبر يحمل رقما زوجيا".

1) احسب $p(A)$ ، $p(B)$ و $P(C)$ احتمال الحوادث A ، B و C على الترتيب.

2) احسب احتمال سحب سؤال رقمه مختلف عن 1.

3) المتغيّر العشوائي X يرفق بكلّ بطاقة مسحوبة رقم السؤال المسجل عليها.

أ. برّر أنّ مجموعة قيم X هي $\{1;2;3;4\}$.

ب. عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ثمّ احسب $E(X)$ أمله الرّياضياتي.

جـ. استنتج قيمة $E(2021X+1442)$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

لكلّ سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التعليل.

1) لتكن (u_n) متتالية حسابية معرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول 1 و أساسها 2

نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $P_n = e^{u_0} \times e^{u_1} \times \cdots \times e^{u_n}$. عبارة P_n هي:

أ) $e^{n(n+1)}$ **ب)** $e^{(n+1)^2}$ **جـ)** $e^{-n(n+1)}$

2) الدّالة العددية f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\ln(x^2+2x+3)$. من أجل كلّ عدد حقيقي x لدينا:

أ) $f(-2-x)=f(x)$ **ب)** $f(2-x)=f(x)$ **جـ)** $f(-x)=f(x)$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\ln(x+1)-\ln(x+2)\right]$ تساوي:

أ) 1 **ب)** $+\infty$ **جـ)** 0

4) (w_n) متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$ حدودها موجبة تماما وأساسها عدد حقيقي q موجب تماما و يختلف عن 1

نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $v_n = \ln w_n$

(v_n) هـي متتالية :

أ) هندسية. **ب)** حسابية. **جـ)** لا حسابية و لا هندسية.

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة بحدّها الأوّل u_0 حيث: $u_0=0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{3}{8}(u_n+5)$

1) برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_n<3$

2) بيّن أنّ (u_n) متزايدة تماما ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

www.dzexams.com

3) المتتالية العددية (v_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 3(3-u_n)$

أ. احسب v_0 ثمّ بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{8}$.

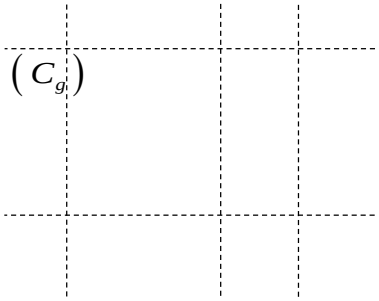
ب. اكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n ثمّ استنتج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n: $u_n = 3-3\left(\frac{3}{8}\right)^n$.

جـ. احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n: $P_n = (3-u_0)\times(3-u_1)\times\cdots\times(3-u_n)$

احسب P_n بدلالة n.

التمرين الرابع: (07 نقاط)



I) الدّالة العددية g معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1+xe^{-x-1}$، (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (الشكل المقابل)

1) احسب $g(-1)$.

2) بقراءة بيانية، حدّد حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) الدّالة العددية f معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-(x+1)e^{-x-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) تَحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x غير معدوم: $f(x)=x[1-(1+\frac{1}{x})e^{-x-1}]$

ثمّ احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x: $f'(x)=g(x)$

ب. استنتج أنّ الدالة f متزايدة تماما على $[-1;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-\infty;-1]$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)$ ثمّ فسّر النّتيجة هندسيا.

ب. ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$

جـ. بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يُطلب كتابة معادلة له.

4) أ. بيّن أنّ (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β

حيث: $0,3<\alpha<0,4$ و $-1,9<\beta<-1,8$

ب. ارسم المستقيمين (Δ) و (T) ثمّ ارسم المنحنى (C_f) على المجال $[-2;+\infty[$.

5) الدّالة العددية h معرّفة على المجال $[-2;2]$ بـ: $h(x)=-|x|+(|x|-1)e^{|x|-1}$

(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ. بيّن أنّ الدّالة h زوجية.

ب. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $[-2;0]$: $h(x)=f(x)$

جـ. اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثمّ ارسمه.

انتهى الموضوع الثاني

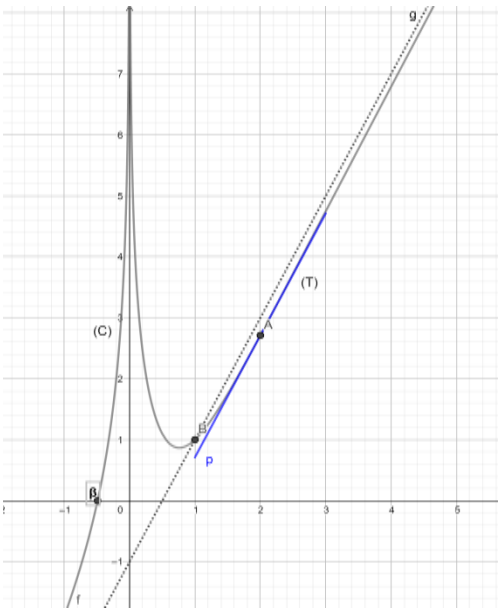
www.dzexams.com

عناصر الإجابة (الموضوع الأوّل)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) ا. حساب $p(A)$ ، $p(B)$: $p(B)=\frac{3}{5}$ ، $p(A)=\frac{2}{5}$ ب. تبيان أنّ $p(C)$ احتمال الحدث C يساوي $\frac{2}{5}$ (يمكن استعمال شجرة الامكانيات أو الجدول)	0.75+0.75 0.50	02.00
2) أ. تبرير أنّ مجموعة قيم X هي $\{0;1;2\}$ **ب.** تعيين قانون احتمال المتغير العشوائي X x_i: 0, 1, 2 $p(X=x_i)$: 0.1, 0.6, 0.3 حساب أمله الرياضياتي $E(X)$: $E(X)=1.2$	0.75 0.75 0.50	02.00
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1.صح ، التبرير	0,50 x 2	01.00
2.خطأ ، التبرير	0,50 x 2	01.00
3.صح ، التبرير	0,50 x 2	01.00
4.خطأ ، التبرير	0,50 x 2	01.00
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1. تبيان أنّ المتتالية (u_n) حسابية: $r=-4$ و $u_0=3$	0,25x2+0,50	01.00
2. أ. تبيان أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n: $S_n=-2n^2+n+3$ **ب.** تعيين قيمة العدد الطبيعي n حيث: $S_n=-30132$: $n=123$	01 01	02.00
3. أ. كتابة عبارة الحد العام v_n بدلالة n: $v_n=e^{-4n+3}$ **ب.** تبيان أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها e^{-4}	0.75 0.75	01.5
4. $S'_n=-2n^2+n+3-\ln(n+2)$	0.50	00.50

www.dzexams.com

		التمرين الرابع: (07 نقاط)
0.50	0.25 0.25	ا. 1. تبيان أنّ الدّالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$: $g'(x)=6x^2-4x+3$ من أجل كلّ عدد حقيقي x : $g'(x)>0$
01.00	0.50 0.50	2. أ. تبيان أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α يُحقِّق: $0,7<\alpha<0,8$ g مستمرة و متزايدة تماما و $g(0.7)=-0.194$ و $g(0.8)=0.144$ ب. إشارة $g(x)$: $g(x)>0$ على $]\alpha;+\infty[$ و $g(x)<0$ على $]-\infty;\alpha[$ ، $g(\alpha)=0$
01.25	0.50 0.25 2x0.25	II) 1. أ. تبيان أنّ: $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=+\infty$ $x=0$ معادلة مستقيم مقارب للمنحني ب. $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=+\infty$
01.50	0.50 0.50 0.25 0.25	2. أ. تبيان أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي غير معدوم x : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x(x^2-x+1)}$ ب. إشارة $f'(x)$: $f'(x)>0$ على $]-\infty;0[$ و $]\alpha;+\infty[$ و $f'(x)<0$ على $]0;\alpha[$ $f'(x)=0$ لمّا $x=\alpha$ f متزايدة تماما على كلّ من $]-\infty;0[$ و $[\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]0;\alpha]$ جـ. جدول تغيّرات الدّالة f x: $-\infty$ ، 0 ، α ، $+\infty$ $f'(x)$: $+$ ‖ $-$ 0 $+$ $f(x)$: $-\infty \nearrow +\infty$ ‖ $+\infty \searrow f(\alpha) \nearrow +\infty$
01.00	0.50 0.50	3. تبيان أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x-1$ مقارب مائل لـ (C) وضعية (C) بالنّسبة إلى (Δ) : (C) فوق (Δ) على $]-\infty;0[$ و $]0;1[$ (C) تحت (Δ) على $]1;+\infty[$ (C) يقطع (Δ) عند $A(1;1)$
0.50	0.25 0.25	4. تبيان أنّ (C) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) معادلة (T) : $y=2x-1+\ln(\frac{3}{4})$
0.50	0.50	5. تبيان أنّ (C) يقطع حامل محور الفواصل f مستمرة و متزايدة تماما و $f(-0.4)=0.4773$ و $f(-0.5)=-0.54$

www.dzexams.com

6. رسم (Δ)، (T) المنحنى (C).		0.25+0.25 0.25	0.75

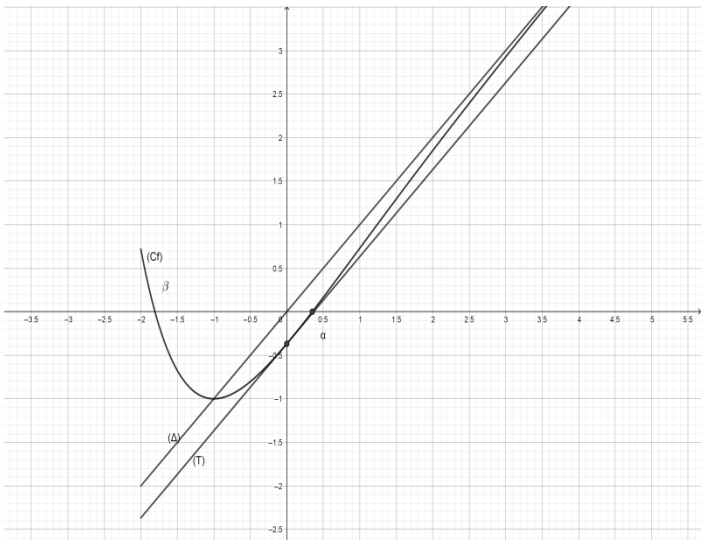
www.dzexams.com

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1. حساب $p(A)$ ، $p(B)$ و $p(C)$ $p(A)=\frac{1}{3}$ ، $p(B)=\frac{2}{9}$ ، $p(C)=\frac{2}{9}$	0.50x3	01.50
2. احتمال سحب سؤال رقمه مختلف عن 1 هو : $\frac{2}{3}$	0.50	00.50
3. أ. تبرير أنّ مجموعة قيم X هي $\{1;2;3;4\}$	0.50	02.00
ب. تعيين قانون احتمال X :	0.25x4	
x_i: 1, 2, 3, 4 $P(X=x_i)$: $\frac{3}{9}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{9}$		
حساب $E(X)$: $E(X)=\frac{19}{9}$.	0.25	
جـ. استنتاج : $E(2021X+1442)=2021E(X)+1442=5708.55$	0.25	
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1. الجواب الصحيح هو ب) ، التبرير	0.50x2	04.00
2. الجواب الصحيح هو أ) ، التبرير	0.50x2	
3. الجواب الصحيح هو جـ) ، التبرير	0.50x2	
4. الجواب الصحيح هو ب) ، التبرير	0.50x2	
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
1. البرهان بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_n<3$	0.5+0.25	0.75
2. تبيان أنّ (u_n) متزايدة تماما : $u_{n+1}-u_n=-\frac{5}{8}(u_n-3)$	0.25+0.50	01.25
استنتاج أنّها متقاربة	0.50	
3. أ. $v_0=9$	0.25	02.50
تبيين أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{8}$: $v_{n+1}=v_n\times\frac{3}{8}$	0.75	
ب. عبارة الحد العام v_n : $V_n=9\left(\frac{3}{8}\right)^n$	0.50	
استنتاج أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n : $u_n=3-3\left(\frac{3}{8}\right)^n$	0.75	
جـ. $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=3$	0.25	
4. $P_n=3^{n+1}\times\left(\frac{3}{8}\right)^{\frac{n(n+1)}{2}}$	0.50	00.50

www.dzexams.com

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التمرين الرابع: (07 نقاط)		
I) 1. $g(-1)=0$	0.25	0.25
2.اشارة $g(x)$: لما $x\in]-\infty;-1[$ فان $g(x)<0$. لما $x\in]-1;+\infty[$ فان $g(x)>0$. $g(-1)=0$	0.50	0.50
II) 1.التحقق: $f(x)=x[1-(1+\frac{1}{x})e^{-x-1}]$ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	0.25 0.25x2	0.75
2. أ. تبيان أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f'(x)=g(x)$ ب. f متزايدة تماما على $[-1;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]-\infty;-1]$ جدول تغيّراتها x: $-\infty$ ، -1 ، $+\infty$ $f'(x)$: $-$ ، 0 ، $+$ $f(x)$: $+\infty$ ↘ -1 ↗ $+\infty$	0. 25 0. 25 0.50	01.00
3. أ- $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)=0$ المستقيم ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل لـ (C_f) ب. وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ): لما $x\in]-\infty;-1[$ فان (C_f) يقع فوق (Δ). لما $x\in]-1;+\infty[$ فان (C_f) يقع تحت (Δ). (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(-1;-1)$ جـ. تبيان أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) $f'(x)=1$ $f'(x)=1$ تكافئ $x=-1$ كتابة معادلة (T): $y=x-e^{-1}$	0.25 0.25 0. 5 0,25 0,25 0,25	01.75

www.dzexams.com

عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
4. أ . تبيان أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين f مستمرة و متناقصة تماما و $f(-1.9)=0.3136$ و $f(-1.8)=-0.01956$ f مستمرة و متزايدة تماما و $f(0.3)=-0.054$ و $f(0.4)=0.05476$ ب. رسم (Δ) و (T) رسم (C_f) 	0.25 0.25 0.25x2 0.50	01.50
5. أ. تبيان أن الدّالة h زوجية ب. تبيان أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من $[-2;0]$: $h(x)=f(x)$ جـ. شرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) رسم (C_h)	0. 25 0. 25 0.25 0.50	01.25

www.dzexams.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

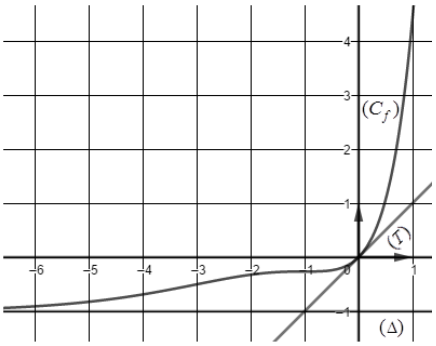
الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: 2022
الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقاط)



f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بتمثيلها البياني (C_f) في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$، (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0 كما هو مبيّن في الشكل المقابل.

1) بقراءة بيانية: عيّن $f'(0)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وأعط معادلة للمماس (T)

2) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة: $f(x)=x+m$

3) بيّن أنّ $a=1$ و $b=-1$ إذا علمت أن $f(x)=(x^2+a)e^x+b$

4) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x^2+1)e^{|x|}-1$ و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

بيّن أنّ الدالة g زوجية ثم اشرح كيفية إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f) وأنشئ (C_g)

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير في كلّ حالة من الحالات التالية :

1) f الدالة العددية المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^2-x+\ln x}{x}$

$y=x-1$ هي معادلة للمستقيم المقارب المائل لمنحني الدالة f عند $+\infty$

2) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهول الحقيقي x : $\ln(2x-1)+\ln(2x+1)=\ln 3 \quad \dots (E)$

للمعادلة (E) حلان متمايزان في $\mathbb{R}$

3) f و F الدالتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}}$ و $F(x)=x+\ln(1+e^{-2x})$

F دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$

4) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي: $u_n=\dfrac{n+1}{n}$

قيمة المجموع : $\ln u_1+\ln u_2+\dots+\ln u_{2022}$ هي $\ln 2022$

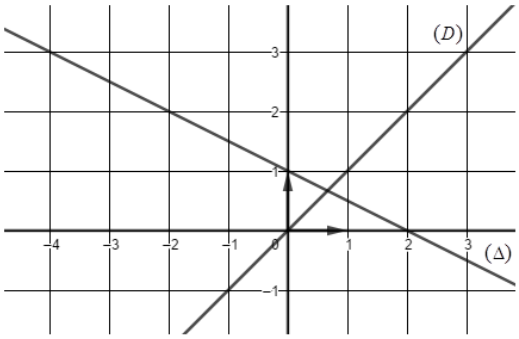
التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوى منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$، (D) و (Δ) المستقيمان المعرفان كما يلي :

$(D):\ y=x$ و $(\Delta):\ y=-\dfrac{1}{2}x+1$.

www.dzexams.com

المتتالية العددية (u_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=-4$ و $u_{n+1}=-\frac{1}{2}u_n+1$



1) أُنقل الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثّل على حامل محور الفواصل الحدود: u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 مبرزا خطوط التمثيل.

2) أ- هل المتتالية (u_n) رتيبة ؟ برّر إجابتك .

ب- ضع تخمينا حول تقارب المتتالية (u_n)

3) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\left(u_n-\frac{2}{3}\right)^2$

أ- بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ ثم احسب v_0

ب- عبّر عن v_n بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ واستنتج أنّ (u_n) متقاربة.

4) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $v_0\times v_1\times\cdots\times v_{n-1}=\left(\frac{14}{3}\right)^{2n}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n^2-n}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدّالة العددية المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=\frac{2x^2-2x-1}{x^2}+\ln x$

1) بيّن أنّ الدّالة g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$

2) أ- بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,2<\alpha<1,3$

ب- استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\left(\frac{1}{x}-2-\ln x\right)e^{-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ- بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ثم احسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$

ب- فسّر النتيجتين السابقتين بيانيا.

2) أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x موجب تماما ، $f'(x)=\frac{g(x)}{e^x}$

ب- استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f وشكّل جدول تغيّراتها.

3) أنشئ المنحنى (C_f) . (نأخذ : $f(0,65)\simeq 0$ و $f(\alpha)\simeq -0,4$)

4) F الدّالة العددية المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ: $F(x)=e^{-x}(2+\ln x)$

أ- تحقّق أنّ الدالة F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$

ب- نضع $S(\lambda)=\int_{\lambda}^{1/2} f(x)dx$ حيث λ عدد حقيقي يحقق: $0<\lambda<\frac{1}{2}$

احسب $S(\lambda)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.

انتهى الموضوع الأول

www.dzexams.com

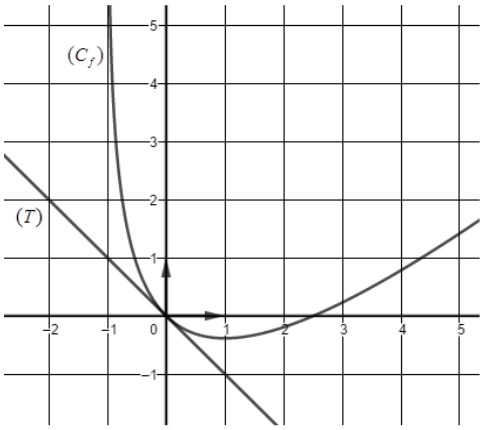
الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=ax-2\ln(x+1)$ حيث a عدد حقيقي. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

(T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

كما هو مبيّن في الشكل المقابل .



1) بقراءة بيانية، عيّن $f'(0)$ وأعط معادلة للمماس (T)

2) بيّن أنّ $a=1$

3) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)+x-m=0$

4) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $g(x)=|x+1|-1-2\ln|x+1|$ و (C_g) تمثيلها البياني.

أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x يختلف عن -1 ، $g(-2-x)=g(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا.

ب- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$ ، $g(x)=f(x)$

جـ- أنشئ (C_g) في المعلم السابق.

التّمرين الثاني:(04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصّحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثّلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التّبرير:

1) قيمة العدد الحقيقي I حيث $I=\int_1^2 (x-1)e^{x^2-2x}dx$ هي:

أ) $1-\frac{1}{e}$ ب) $\frac{e-1}{2e}$ جـ) $\frac{e+1}{2e}$

2) (u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرفتّان على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0=3$ ، $u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+3$ ، $v_n=u_n+\alpha$

حيث α عدد حقيقي. قيمة العدد الحقيقي α حتّى تكون المتتالية (v_n) هندسية هي:

أ) $-\frac{9}{2}$ ب) $\frac{9}{2}$ جـ) $\frac{2}{9}$

3) f دالة عددية تُحقق، من أجل كلّ عدد حقيقي x موجب تماما: $\ln(x+1)\le f(x)\le e^x-1$

$\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\frac{f(x)}{x}$ هي:

أ) $+\infty$ ب) -1 جـ) 1

4) نعتبر المعادلة التفاضلية (E) : $y''=2-\frac{1}{x^2}$.....(E)

عبارة الحل H للمعادلة (E) على $]0;+\infty[$ والذي يُحقق $H(1)=4$ و $H'(1)=2$ هي :

أ) $H(x)=x^2-x+4+\ln x$ ب) $H(x)=x^2-x+1+\ln x$ جـ) $H(x)=x^2-x+4-\ln x$

www.dzexams.com

التمرين الثالث:(05 نقاط)

(u_n) المتتالية الهندسيّة المعرّفة على $\mathbb{N}$ وحدودها موجبة تماما حيث: $\begin{cases} u_0 \times u_2 = e^2 \\ \ln u_1 + \ln u_7 = -4 \end{cases}$

1) أ- عيّن u_1 والأساس q للمتتالية (u_n)

ب- تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n = e^{2-n}$

2) احسب، بدلالة n، المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

3) نعتبر المتتالية العدديّة (v_n) المعرّفة بـ: $v_0 = e^3$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n، $v_{n+1} = v_n + u_n$

أ- برهن بالتّراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $v_n = \dfrac{e^{3-n} - e^4}{1-e}$

ب- بين أن (v_n) متقاربة.

4) أ- بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $\dfrac{1}{e}v_n = \dfrac{1}{1-e}\left(u_n - e^3\right)$

ب- نعتبر المجموع S'_n حيث: $S'_n = \dfrac{1}{e}v_0 + \dfrac{1}{e}v_1 + \dots + \dfrac{1}{e}v_n$

تَحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $S'_n = \dfrac{1}{1-e}\left[S_n - (n+1)e^3\right]$

التّمرين الرّابع:(07 نقاط)

f الدّالة العدديّة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \dfrac{1}{2}e^{-2x} - \dfrac{9}{2}e^{-x} - 2x + 4$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وبيّن أنّ $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

2) أ- أثبت أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x، $f'(x) = -\dfrac{1}{2}e^{-2x}\left(e^x - 2\right)\left(4e^x - 1\right)$

ب- بيّن أنّ f متناقصة تماما على كلّ من المجالين $]-\infty\,;-\ln 4]$ و $[\ln 2\,;+\infty[$ ومتزايدة تماما على $[-\ln 4\,;\ln 2]$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ- بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -2x + 4$ مقارب للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

ب- أُدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

4) أُكتب معادلة لـ (T) مماس (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0

5) أنشئ (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-1{,}9\,;+\infty[$ (نأخذ $f(-1{,}9) \simeq 0$ و $f(-\ln 4) \simeq -3{,}2$)

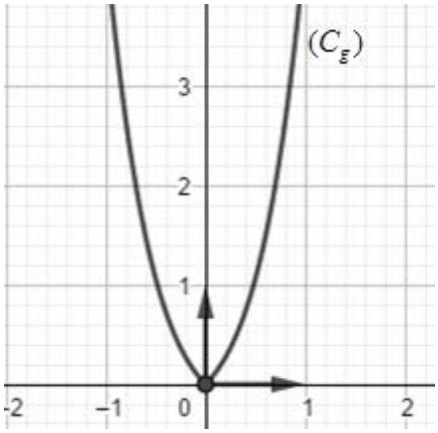
6) h الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = -\dfrac{1}{2}e^{-2x} + \dfrac{9}{2}e^{-x} + 2x - 2$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ- عيّن العددين الحقيقيين a و b حيث، من أجل كلّ عدد حقيقي x، $h(x) = a\,f(x) + b$

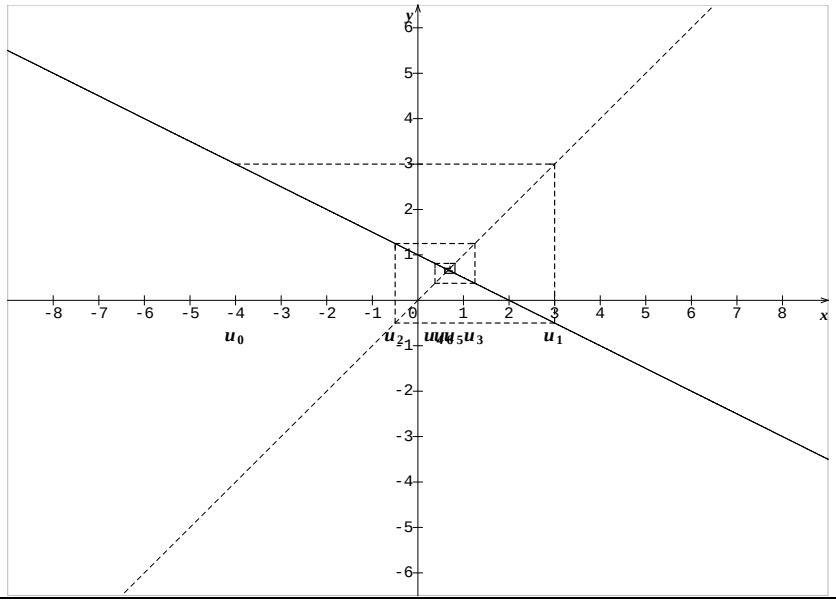
ب- اشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) اعتمادًا على (C_f) (لا يطلب إنشاء (C_h))

انتهى الموضوع الثاني

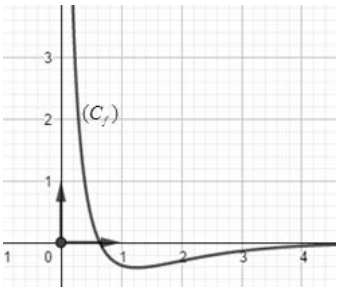
www.dzexams.com

	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
	التمرين الأول:(04 نقاط)		
(1	$f'(0)=1$	0.25	01
	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$	0.25	
	$(T): y=x$	0.5	
(2	$m<0$ المعادلة لا تقبل حلا $m>0$ المعادلة تقبل حلين متمايزين $m=0$ المعادلة تقبل حلا معدوما	0.25×3	0.75
(3	تبيان أنّ $a=1 \quad b=-1$ $f'(x)=(x^2+2x+a)e^x$ $\begin{cases} f'(0)=1 \\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=b \end{cases}$ معناه $\begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}$	0.5+0.5	01
(4	الدالة g زوجية $x\in[0;+\infty[\quad g(x)=f(x)$ (C_g)ينطبق على (C_f) في المجال $[0;+\infty[$ و (C_g)متناظر بالنسبة لحامل محور الفواصل  	0.50 0.25 0.5	1.25
	التمرين الثاني: (04 نقاط)		
(1	صحيحة لأن: $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-(x-1))=0$	0.50 0.50	01
(2	خاطئة لأن : (E) معناه $\begin{cases} x^2=1 \\ x>1/2 \end{cases}$ أي $x=1$	0.50 0.50	01
(3	صحيحة لأن : من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $F'(x)=f(x)$	0.50 0.50	01
(4	خاطئة لأن $\ln u_1+\ln u_2+\dots+\ln u_{2022}=\ln\frac{2\times3\times\dots\times2023}{1\times2\times\dots\times2022}=\ln 2023$	0.50 0.50	01

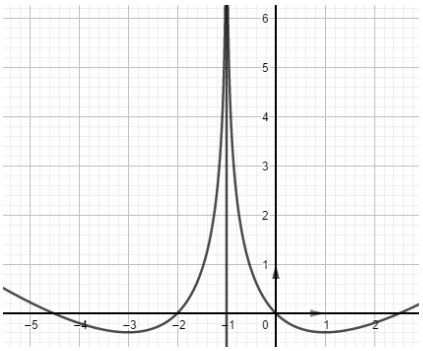
www.dzexams.com

	التمرين الثالث: (05 نقاط)		
(1	تمثيل الحدود: u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 	0.25×4	01
(2	أ – (u_n) ليست رتيبة التبرير: $u_0 < u_1$ و $u_1 > u_2$	0.25 0.50	01
	ب– التخمين : (u_n)متقاربة	0.25	
(3	أ– $v_{n+1} = \frac{1}{4} v_n$ $v_0 = \frac{196}{9}$	01 0.50	2.75
	ب– $v_n = \frac{196}{9}\left(\frac{1}{4}\right)^n$ $\lim_{n\to+\infty} v_n = 0$ $\lim_{n\to+\infty} u_n = \frac{2}{3}$	0.50 0.50 0.25	
(4	تبيان أنّ: $v_0 \times v_1 \times \cdots \times v_{n-1} = \left(\frac{196}{9}\right)^n \left(\frac{1}{4}\right)^{0+1+2+\ldots+n-1} = \left(\frac{14}{3}\right)^{2n} \left(\frac{1}{2}\right)^{n^2-n}$ تمنح العلامة 0.25 لكل محاولة	0.25	0.25

www.dzexams.com

التمرين الرابع: (07 نقاط)			
(I			
(1	$g'(x)=\dfrac{x^2+2x+2}{x^3}$ $g'(x)>0$ ومنه g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$	0.50 0.50 0.25	1.25
(2	أ-حسب مبرهنة القيم المتوسطة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,2<\alpha<1,3$	0.75	1.25
	ب-اشارة $g(x)$: x: 0 ، α ، $+\infty$ $g(x)$: $-$ ، 0 ، $+$	0.50	
(II			
(1	أ- تبيان أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{1}{xe^x}-\dfrac{2}{e^x}-\dfrac{\ln x}{x}\times\dfrac{x}{e^x}\right]=0$ $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)=+\infty$	0.25 0.25	01
	ب-التفسير البياني $x=0$; $y=0$ معادلتي المستقيمين المقاربين للمنحني (C_f)	0.25×2	
(2	أ- $f'(x)=\dfrac{g(x)}{e^x}$	0.75	1.75
	ب-اتجاه تغيّر الدّالة f f متزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $]0;\alpha]$ جدول تغيّراتها. x: 0 ، α ، $+\infty$ $f'(x)$: $-$ ، 0 ، $+$ $f(x)$: $+\infty$ ↘ $f(\alpha)$ ↗ 0	0.25×2 0.5	
(3	إنشاء المنحنى (C_f) 	0.5	0.50
(4	أ-التحقق :من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ ، $F'(x)=f(x)$	0.5	1.25

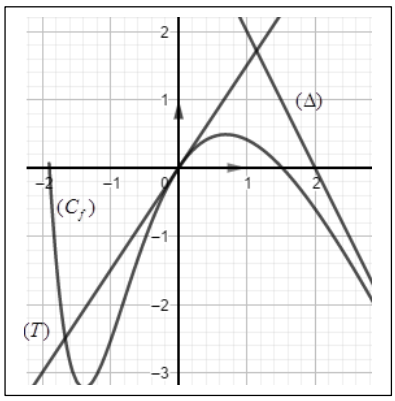
www.dzexams.com

	ب. $S(\lambda)=[F(x)]_{\lambda}^{0.5}=\frac{2-\ln 2}{\sqrt{e}}-\frac{2+\ln\lambda}{e^{\lambda}}$ التفسير: $S(\lambda)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بـ (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيين ذي المعادلتين $x=\lambda$ ، $x=\frac{1}{2}$	0.5 0.25	
عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)			
التمرين الأول:(04 نقاط)			
(1	$f'(0)=-1$ $(T): y=-x$	0.50 0.75	01.25
(2	تبيان أنّ $a=1$: $\begin{cases} f'(x)=a-\frac{2}{x+1} \\ f'(0)=-1 \end{cases}$ و منه $a=1$	0.50	0.50
(3	المناقشة البيانية: $m<0$ المعادلة لا تقبل حلا $m=0$ للمعادلة حلا معدوما $m>0$ للمعادلة حلين مختلفين في الإشارة	0.25×3	0.75
(4	أ- تبيان أنّ: من أجل كل $x\in D_g$ ، $(-2-x)\in D_g$ $g(-2-x)=g(x)$ التفسيّر البياني: $x=-1$ معادلة محور تناظر لـ (C_g)	0.50 0.25	1.50
	ب- تبيان أنّ: $g(x)=f(x)$ على $]-1;+\infty[$	0.25	
	جـ- انشاء (C_g) 	0.50	
التّمرين الثاني:(04 نقاط)			
(1	الاقتراح الصحيح هو ب) لأن $I=\int_1^2(x-1)e^{x^2-2x}dx=\left[\frac{1}{2}e^{x^2-2x}\right]_1^2$	0.50 0.50	01
(2	الاقتراح الصحيح هو أ) لأن: $v_{n+1}=u_{n+1}+\alpha=\frac{1}{3}v_n+\frac{2}{3}\alpha+3$	0.50 0.50	01

www.dzexams.com

3)	الاقتراح الصحيح هو جـ) لأن: $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = \lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{(e^x-1)}{x} = 1$	0.50 0.50	01
4)	الاقتراح الصحيح هو أ) لأن: $H'(x) = 2x + \frac{1}{x} + c$ و $H(x) = x^2 + \ln x + cx + d$ $\begin{cases} H'(1) = 2 \\ H(1) = 4 \end{cases}$ ومنه $H(x) = x^2 - x + 4 + \ln x$	0.50 0.50	01
	التمرين الثالث:(05 نقاط)		
1)	أ- $u_1 = e$ $q = \frac{1}{e}$	0.50 0.50	01.50
	ب- التحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n = e^{2-n}$	0.50	
2)	$S_n = u_0 \frac{q^{n+1}-1}{q-1}$ $S_n = \frac{e^3}{e-1}\left(1 - \frac{1}{e^{n+1}}\right)$	0.50 0.50	01
3)	أ- البرهان بالتّراجع : $v_n = \frac{e^{3-n} - e^4}{1-e}$	0.75+0.25	1.50
	ب- $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^{3-n} - e^4}{1-e} = \frac{e^4}{-1+e}$	0.50	
4)	ا- تبيان أن $\frac{1}{e} v_n = \frac{1}{1-e}\left(u_n - e^3\right)$	0.50	01
	ب- التحقق أن $S'_n = \frac{1}{1-e}\left[S_n - (n+1)e^3\right]$	0.50	
	التّمرين الرّابع:(07 نقاط)		
1)	$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$ $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{2} e^{-2x}(1 - 9e^x - 4xe^{2x} + 8e^{2x}) = +\infty$	0.25 0.50	0.75
2)	أ- إثبات أن : $f'(x) = -\frac{1}{2} e^{-2x}\left(e^x - 2\right)\left(4e^x - 1\right)$	0.75	1.75
	ب-اتجاه التغير $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & -ln4 & & ln2 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & 0 & - & \end{array}$ جدول التغيرات $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & -Ln4 & & Ln2 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & 0 & - & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & -6+4Ln2 & \nearrow & \frac{15}{8}-2Ln2 & \searrow & -\infty \end{array}$	0.50 0.50	

www.dzexams.com

(3	أ- $f(x)-(-2x+4)=\frac{1}{2}e^{-2x}-\frac{9}{2}e^{-x}$ $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-(-2x+4))=0$	0.25 0.50	1.50
	ب-دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) $f(x)-(-2x+4)=\frac{1}{2}e^{-x}(e^{-x}-9)$ (C_f) أعلى (Δ) على المجال $]-\ln 9;+\infty[$ (C_f) اسفل (Δ) على المجال $]-\infty;-\ln 9[$ $(C_f)\cap(\Delta)=\{A(-\ln 9;4+2\ln 9)\}$	0.25 0.50	
(4	$(T): y=\frac{3}{2}x$	0.75	0.75
(5	إنشاء (Δ) و (T) والمنحنى (C_f) على المجال $[-1,9\,;+\infty[$  	0.50 0.50 0.50	1.50
(6	أ- $a=-1$ $b=2$	0.25 0.25	0.75
	ب- $h(x)=-f(x)+2$ ننشئ (C_{-f}) صورة (C_f) بالتناظر بالنسبة لحامل محور الفواصل ثم (C_h) صورة (C_{-f}) بالانسحاب ذو الشعاع $2\vec{j}$	0.25	

www.dzexams.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — دورة: 2023

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على 5 كريات تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 1 ، 2 ، 3 ويحتوي صندوق U_2 على 4 كريات تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2 (كل الكريات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس).

نختار عشوائيا أحد الصندوقين ونسحب منه عشوائيا كريتين في آن واحد.

1) نعتبر الحوادث : A " سحب كريتين تحملان رقمين فرديين " ، B " سحب كريتين تحملان رقمين زوجيين" C " سحب كريتين إحداهما تحمل رقما فرديا والأخرى تحمل رقما زوجيا "

أ) أنجز الشجرة التي تُنمذج هذه التجربة.

ب) بيّن أنّ $P(A)=\frac{23}{60}$ و $P(B)=\frac{1}{12}$ ثمّ احسب $P(C)$

2) نفرغ محتوى الصندوقين U_1 و U_2 في صندوق جديد U_3 ثمّ نسحب منه عشوائيا كريتين في آن واحد.

X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين جُداء الرقمين المسجلين عليهما.

أ) برّر أنّ مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X هي $\{1;2;3;4;6\}$

ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

1) حلّ المعادلة التفاضلية $y'=2y+6$ الذي يحقّق $y(\ln 2)=25$ هو الدالة h المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=7e^{2x}-3$

2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x-\ln(e^{x}-1)\right]=+\infty$

3) القيمة المتوسطة للدالة $x\mapsto x\left(x^2+1\right)^2$ على المجال $[0;2]$ هي 31

4) (v_n) المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\int_n^{n+1}e^{-x+3}\,dx$

من أجل كل عدد طبيعي n، $v_0+v_1+\cdots+v_n=e^3-e^{-n+2}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية المعرّفة بـ: $u_0=\frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=-1+\frac{2}{2-u_n}$

1) أ) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $0<u_n\le\frac{1}{2}$

www.dzexams.com

ب) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة تماما.

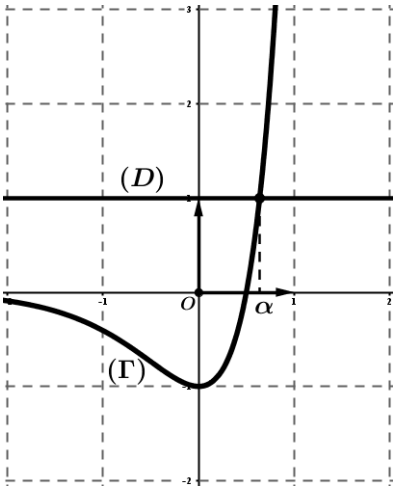
2) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $v_n = \frac{1}{u_n} - 1$

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 2 ثمّ اكتب عبارة v_n بدلالة n

ب) استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n = \frac{1}{2^n+1}$ ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $T_n = \frac{1}{u_0} + \frac{1}{u_1} + \cdots + \frac{1}{u_n}$

احسب S_n بدلالة n ثمّ بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $T_n = 2^{n+1} + n$



التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) (Γ) التمثيل البياني للدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $x \mapsto (2x-1)e^{2x}$

و (D) المستقيم ذو المعادلة $y = 1$ ، α هي فاصلة نقطة

تقاطع (Γ) و (D) (لاحظ الشكل المقابل)

1) بقراءة بيانية ، حدّد وضعية (Γ) بالنسبة إلى (D)

2) g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (2x-1)e^{2x} - 1$

استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ ثمّ تحقق أنّ: $0,6 < \alpha < 0,7$

II) f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x-1)(e^{2x} - 1)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2\ cm$)

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x + 1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$

ب) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

3) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x) = g(x)$

ب) استنتج أنّ f متناقصة تماما على $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$ ثم شكّل جدول تغيّراتها.

جـ) بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة له.

4) أ) عيّن فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

ب) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f) (نأخذ : $f(1,4) \simeq 6,2$ و $f(\alpha) \simeq -0,9$)

جـ) ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي m، عدد حلول المعادلة $f(x) = -x + m$

5) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بيّن أنّ: $\int_0^{\frac{1}{2}} (x-1)e^{2x}\,dx = \frac{3-2e}{4}$

ب) استنتج، بالسنتيمتر المربع، مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$x = 0$ ، $x = \frac{1}{2}$ و $y = -x + 1$

انتهى الموضوع الأول

www.dzexams.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 10 كريات متماثلة ولا نفرق بينها باللّمس، موزعة كما يلي: 3 كريات بيضاء مرقمة بـ: 1 ، 1 ، 2 و 3 كريات حمراء مرقمة بـ: 1 ، 2 ، 2 و 4 كريات خضراء مرقمة بـ: 1 ، 2 ، 2 ، 2

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين من الكيس ونعتبر الحوادث A ، B ، C الآتية:

A " الحصول على كريتين من نفس اللون " ، B " الحصول على كرية خضراء على الأقل "

C " الحصول على كريتين تحملان رقمين زوجيين "

1) أ) بيّن أنّ احتمال الحدث A يساوي $\frac{4}{15}$ وأنّ احتمال الحدث B يساوي $\frac{2}{3}$

ب) احسب الاحتمالين $P(C)$ و $P(A\cap C)$. هل الحدثان A و C مستقلان؟

جـ) استنتج احتمال الحصول على كريتين من نفس اللون علما أنّهما تحملان رقمين زوجيين.

2) نعتبر المتغيّر العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما.

أ) برّر أنّ مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X هي $\{2;3;4\}$

ب) عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير.

1) حلا المعادلة $8z^2-4z+1=0$ ذات المجهول z في $\mathbb{C}$ هما:

أ) $\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$ و $-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$ **ب)** $-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$ و $-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$ **جـ)** $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$ و $\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$

2) الشكل الجبري للعدد المركب $\frac{1+\sqrt{3}+i}{1-i}$ هو:

أ) $\frac{\sqrt{3}}{2}+i\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)$ **ب)** $\frac{\sqrt{3}}{2}-i\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)$ **جـ)** $\frac{\sqrt{3}}{2}+i\left(\frac{-2+\sqrt{3}}{2}\right)$

3) الجذران التربيعيان للعدد المركب $-8+6i$ هما:

أ) $1+3i$ و $-1-3i$ **ب)** $1+3i$ و $1-3i$ **جـ)** $3+i$ و $-3-i$

4) الشكل المثلثي للعدد المركب $\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}$ هو:

أ) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{12}+i\sin\frac{\pi}{12}\right)$ **ب)** $\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12}+i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$ **جـ)** $\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{7\pi}{12}+i\sin\frac{7\pi}{12}\right)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{4}{5}u_n+1$

1) أ) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n<5$

ب) بيّن أنّ (u_n) متزايدة تماما.

www.dzexams.com

2) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $v_n = u_n - 5$

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{4}{5}$، يطلب تعيين حدّها الأول v_0

ب) اكتب عبارة v_n بدلالة n ثمّ استنتج أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $u_n = -5\left(\frac{4}{5}\right)^n + 5$

جـ) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3) نضع: من أجل كلّ عدد طبيعي n، $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ و $T_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

احسب S_n بدلالة n ثمّ بيّن أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n، $T_n = 5n - 20\left(1 - \left(\frac{4}{5}\right)^n\right)$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \left((\ln x)^2 - 3\right)\ln x$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أ) احسب $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x)$ ثمّ فسّر النتيجة هندسيا.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$، $f'(x) = \frac{3(-1+\ln x)(1+\ln x)}{x}$

ب) حلّ في المجال $]0;+\infty[$ المتراجحة ذات المجهول x : $(-1+\ln x)(1+\ln x) > 0$

جـ) استنتج أنّ الدالة f متزايدة تماما على كلّ من المجالين $\left]0;e^{-1}\right]$ و $[e;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $\left[e^{-1};e\right]$ ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) عيّن معادلة لـ (T) مماس (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1

ب) عيّن فواصل نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

جـ) ارسم (T) و (C_f) على المجال $\left]0;e^2\right]$

4) F الدالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $F(x) = x\left((\ln x)^3 - 3(\ln x)^2 + 3\ln x - 3\right)$

أ) تحقق أنّ F دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$

ب) احسب مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما:

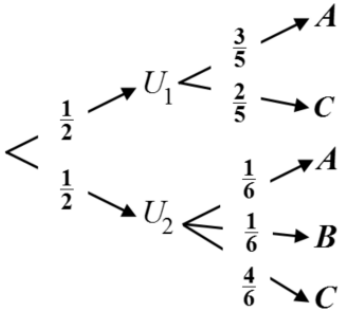
$x = 1$ و $x = e$

5) h الدالة المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x) = \left((\ln x)^2 - 3\right)|\ln x|$ و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

اشرح كيف يمكن رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثمّ ارسمه على المجال $\left]0;e^2\right]$

انتهى الموضوع الثاني

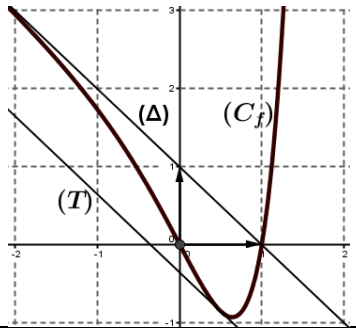
www.dzexams.com

	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
	التمرين الأول (04 نقاط)		
1	أ) إنجاز الشجرة التي تنمذج التجربة 	0.75	2
	ب) $P(A)=\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{23}{60}$ ، $P(B)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$ $P(C)=1-(P(A)+P(B))=\frac{8}{15}$	2 × 0.5 0.25	
2	أ) تبرير عناصر المجموعة $\{1;2;3;4;6\}$	0.5	2
	ب) $\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c\|c} x_i & 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \\ \hline P(X=x_i) & \frac{10}{36} & \frac{15}{36} & \frac{5}{36} & \frac{3}{36} & \frac{3}{36} \end{array}$ $E(X)=\frac{85}{36}$	5 × 0.25 0.25	
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
1	**صحيح** لأنّ: $h(x)=ke^{2x}-3$ و $h(\ln 2)=25$	2 × 0.5	1
2	**خاطئ** لأنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x-\ln(e^x-1)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\ln e^x-\ln(e^x-1)\right]$ $=\lim\limits_{x\to+\infty}\ln\frac{e^x}{e^x-1}=0$ أو $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x-\ln(e^x-1)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[x-\ln(e^x(1-e^{-x}))\right]$ $=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[-\ln(1-e^{-x})\right]=0$	2 × 0.5	1
3	**خاطئ** لأنّ: $\frac{1}{2-0}\int_0^2 x(x^2+1)^2\,dx=\left[\frac{1}{12}(x^2+1)^3\right]_0^2=\frac{31}{3}$	2 × 0.5	1
4	**صحيح** لأنّ: $v_0+v_1+\cdots+v_n=\int_0^1 e^{-x+3}\,dx+\int_1^2 e^{-x+3}\,dx+\cdots+\int_n^{n+1} e^{-x+3}\,dx$ $=\int_0^{n+1} e^{-x+3}\,dx=\left[-e^{-x+3}\right]_0^{n+1}=e^3-e^{-n+2}$	2 × 0.5	1

www.dzexams.com

		التمرين الثالث (05 نقاط)	
1	أ) البرهان بالتراجع: التحقق من صحّة الخاصية الابتدائية إثبات صحّة الاستلزام (إثبات أنّ الخاصية وراثية)	0.25 0.75	1.5
	ب) من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n=\frac{(u_n-1)u_n}{2-u_n}$ ومنه (u_n) متناقصة تماما	0.5	
2	أ) من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $v_{n+1}=\frac{1}{u_{n+1}}-1=\frac{2(1-u_n)}{u_n}=2\left(\frac{1}{u_n}-1\right)=2v_n$ $v_n=v_0\times q^n=2^n$	0.5 2 × 0.25	2
	ب) من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n=\frac{1}{v_n+1}=\frac{1}{2^n+1}$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0$	2 × 0.5	
3	$S_n=v_0\frac{1-q^{n+1}}{1-q}=2^{n+1}-1$ و $T_n=S_n+(n+1)=2^{n+1}+n$	0.5 + 1	1.5
		التمرين الرابع (07 نقاط)	
I) 1	على المجال $]-\infty;\alpha[$: (Γ) أسفل (D) على المجال $]\alpha;+\infty[$: (Γ) أعلى (D) و $(D)\cap(\Gamma)=\{A(\alpha;1)\}$	0.25 0.25	0.5
2	إشارة $g(x)$ $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & \alpha & & +\infty \\ \hline g(x) & & - & 0 & + & \end{array}$ $g(0,6)\simeq-0,34$ و $g(0,7)\simeq0,62$ ومنه: $0,6<\alpha<0,7$	0.25 0.25	0.5
II) 1	$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	2 × 0.25	0.5
2	أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(-x+1)\right]=0$	0.25	1
	ب) على $]-\infty;1[$: (C_f) أسفل (Δ) وعلى $]1;+\infty[$: (C_f) أعلى (Δ) (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(1;0)$	3 × 0.25	
3	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)$	0.25	1.5
	ب) f متناقصة تماما على $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$ جدول التغيّرات $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & \alpha & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & f(\alpha) & \nearrow & +\infty \end{array}$	2 × 0.25 0.25	
	جـ) حلّ المعادلة $f'(x)=-1$ ، معادلة لـ (T) : $y=-x+1-\frac{e}{2}$	2 × 0.25	

www.dzexams.com

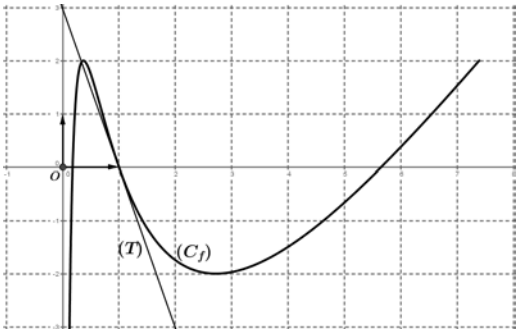
4	أ) فاصلتا نقطتي تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل هما: 0 و 1	2×0.25	2
	ب) الرسم: رسم (Δ) رسم (T) رسم (C_f)  	0.25 0.25 0.50	
	جـ) لمّا $m<1-\frac{1}{2}e$ لا توجد حلول و لمّا $m=1-\frac{1}{2}e$ يوجد حلّ وحيد لمّا $1-\frac{1}{2}e<m<1$ يوجد حلان و لمّا $m\geq 1$ يوجد حلّ وحيد	0.50	
5	أ) تبيان أنّ: $\int_0^{\frac{1}{2}}(x-1)\,e^{2x}\,dx=\frac{1}{4}\left[(2x-3)\,e^{2x}\right]_0^{\frac{1}{2}}=\frac{3-2e}{4}$	2×0.25	1
	ب) $\mathcal{A}=\int_0^{\frac{1}{2}}\left[-x+1-f(x)\right]dx=-\int_0^{\frac{1}{2}}(x-1)\,e^{2x}\,dx$ $=\frac{2e-3}{4}\times 4cm^2=(2e-3)\,cm^2$	2×0.25	

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط

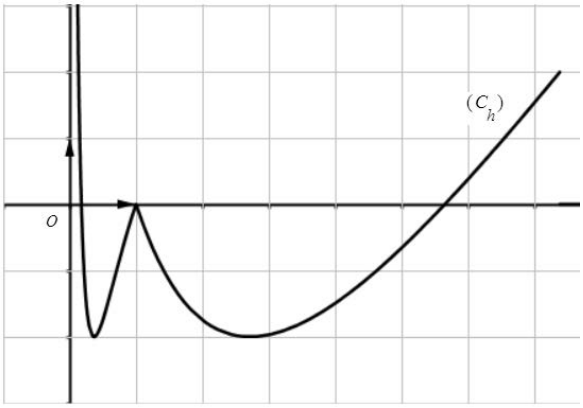
www.dzexams.com

	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
	التمرين الأول (04 نقاط)		
1	أ) $P(A)=\frac{C_4^2+C_3^2+C_3^2}{C_{10}^2}=\frac{4}{15}$ و $P(B)=1-P(\overline{B})=1-\frac{C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{2}{3}$	2 × 0.5	2.75
	ب) $P(C)=\frac{C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{3}$ و $P(A\cap C)=\frac{C_3^2+C_2^2}{C_{10}^2}=\frac{4}{45}$	2 × 0.5	
	الحدثان A و C مستقلان لأنّ $P(A\cap C)=P(A)\times P(C)$	0.25	
	جـ) $P_C(A)=P(A)=\frac{4}{15}$ ، لأن A و C مستقلان	2 × 0.25	
2	أ) تبرير عناصر المجموعة $\{2;3;4\}$	0.25	1.25
	ب) $E(X)=\frac{16}{5}$ x_i: 2, 3, 4 $P(X=x_i)$: $\frac{6}{45}$, $\frac{24}{45}$, $\frac{15}{45}$	4 × 0.25	
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
1	**الاقتراح الصحيح هو جـ)** لأنّ: $\Delta=-16$ ، $z_1=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}i$ و $z_2=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}i$	2 × 0.5	1
2	**الاقتراح الصحيح هو أ)** لأنّ: $\frac{1+\sqrt{3}+i}{1-i}\times\frac{1+i}{1+i}=\frac{\sqrt{3}}{2}+i\left(\frac{2+\sqrt{3}}{2}\right)$	2 × 0.5	1
3	**الاقتراح الصحيح هو أ)** لأنّ: $(-1-3i)=-(1+3i)$ و $(1+3i)^2=-8+6i$	2 × 0.5	1
4	**الاقتراح الصحيح هو ب)** لأنّ: $\left\|\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}\right\|=\frac{\sqrt{2}}{2}$ و $arg\left(\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}\right)=arg(1+i)-arg(\sqrt{3}-i)$	2 × 0.5	1
	التمرين الثالث (05 نقاط)		
1	أ) البرهان بالتراجع: التحقق من صحّة الخاصية الابتدائية	0.25	1.5
	إثبات صحّة الاستلزام (إثبات أنّ الخاصية وراثية)	0.75	
	ب) من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{5}(5-u_n)$ ومنه (u_n) متزايدة تماما	0.5	
2	أ) من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $v_{n+1}=u_{n+1}-5=\frac{4}{5}u_n-4=\frac{4}{5}(u_n-5)=\frac{4}{5}v_n$	0.5	2
	و $v_0=-5$	0.25	
	ب) $v_n=v_0\times q^n=-5\left(\frac{4}{5}\right)^n$ و $u_n=v_n+5=-5\left(\frac{4}{5}\right)^n+5$	2 × 0.5	
	جـ) $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=5$ لأنّ $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{4}{5}\right)^n=0$	0.25	

www.dzexams.com

3	$S_n = v_0 \dfrac{1-q^{n+1}}{1-q} = -25\left[1-\left(\dfrac{4}{5}\right)^{n+1}\right]$ و $T_n = S_n + 5(n+1) = 5n - 20\left[1-\left(\dfrac{4}{5}\right)^{n}\right]$	1 0.5	1.5
التمرين الرابع (07 نقاط)			
1	أ) $\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 0} f(x) = -\infty$ ، المستقيم ذو المعادلة $x=0$ مقارب لـ (C_f)	0.25 + 0.5	1.25
	ب) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$	0.5	
2	أ) من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ ، $f'(x) = \dfrac{3(-1+\ln x)(1+\ln x)}{x}$	0.5	2.25
	ب) مجموعة حلول المتراجحة هي $]0;e^{-1}[\cup]e;+\infty[$	0.5	
	ج) f متزايدة تماما على كلّ من المجالين $]0;e^{-1}]$ و $[e;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $[e^{-1};e]$ جدول التغيّرات $\begin{array}{c\|ccccccc} x & 0 & & e^{-1} & & e & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & -\infty & \nearrow & 2 & \searrow & -2 & \nearrow & +\infty \end{array}$	0.25 0.25 0.75	
3	أ) معادلة لـ (T) : $y = f'(1)(x-1) + f'(1) = -3x+3$	2×0.25	2
	ب) فواصل نقط تقاطع (C_f) مع $(x'x)$ هي: 1 ، $e^{-\sqrt{3}}$ و $e^{\sqrt{3}}$	3×0.25	
	ج) الرسم: رسم (T) رسم (C_f)  	0.25 0.5	
4	أ) من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ ، $F'(x) = f(x)$	0.25	0.75
	ب) $\mathcal{A} = -\int_1^e f(x)\,dx = -[F(e)-F(1)] = (2e-3)u.a$	2×0.25	

www.dzexams.com

5	على $]0;1]$: $h(x)=-f(x)$ ومنه (C_h) يناظر (C_f) بالنسبة إلى $(x'x)$ على $[1;+\infty[$: $h(x)=f(x)$ ومنه (C_h) ينطبق على (C_f) رسم (C_h)  	**0.25** **0.25** **0.25**	**0.75**

ملاحظة: تُقبل وتُراعى جميع الطرائق الصحيحة الأخرى مع التقيّد التام بسلم التنقيط

www.dzexams.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي

الشعبة: علوم تجريبية

دورة: 2024

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 11 كريّة متماثلة لا نفرّق بينها باللمس موزعة كما يلي: كريّتان بيضاوان مرقمتان بـ: 1 ، 3 وأربع كريّات حمراء مرقمة بـ: 0 ، 1 ، 1 ، 3 وخمس كريّات خضراء مرقمة بـ: 0 ، 1 ، 1 ، 3 ، 4

I) نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كريّات من الكيس ونعتبر الحوادث الآتية:

A : " الحصول على 3 كريّات من نفس اللون " ، B : " الحصول على 3 كريّات جُداء أرقامها عدد فردي "

C : " الحصول على 3 كريّات جُداء أرقامها عدد زوجي "

1) أ) احسب $P(A)$ احتمال الحادثة A و بيّن أنّ: $P(B)=\frac{56}{165}$ ثمّ استنتج $P(C)$

ب) احسب الاحتمال الشرطي $P_A(B)$

2) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كريّات، عدد الكريّات التي تحمل رقما زوجيا.

أ) عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

ب) احسب احتمال الحادثة $(X>1)$

II) نسحب الآن من الكيس عشوائيا 3 كريّات على التوالي وبدون إرجاع.

– احسب احتمال الحادثة D : " الحصول على 3 كريّات جُداء أرقامها معدوم "

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية:

$$\left(z-1+2\sqrt{3}\right)\left[z^2-2\left(1-\sqrt{3}\right)z+5-2\sqrt{3}\right]=0$$

II) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B و z_C حيث: $z_A=1-\sqrt{3}+i$ ، $z_B=1-2\sqrt{3}$ و $z_C=\overline{z_A}$

1) اكتب كلّا من z_A-1 ، z_C-1 و z_B على الشّكل المثلثي.

2) جِد لاحقة النقطة D مرجح الجملة المثقلة $\{(A;1),(B;-1),(C;1)\}$

3) بيّن أنّ الرباعي $ABCD$ معيّن.

www.dzexams.com

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=0$ و من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\dfrac{4-u_n}{2+u_n}$

1) احسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 ثمّ برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $0\le u_n\le 2$

2) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n+4}$

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $-\dfrac{2}{3}$ ثمّ اكتب عبارة v_n بدلالة n

ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n=\dfrac{5}{1-v_n}-4$ ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

3) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، نضع:

$$S_n=v_n+v_{n+1}+\cdots+v_{n+2024} \quad \text{و} \quad T_n=\frac{1}{4+u_n}+\frac{1}{4+u_{n+1}}+\cdots+\frac{1}{4+u_{n+2024}}$$

– احسب S_n بدلالة n ثمّ استنتج T_n بدلالة n

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) يُمثّل الجدول المقابل تغيّرات الدّالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x\,e^{-x+1}-2$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$g(1)$	$\searrow$	-2

– احسب $g(1)$ ثمّ استنتج إشارة $g(x)$

II) f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=-2x+3-x\,e^{-x+1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، (وحدة الطول $2cm$).

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=-2x+3$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$

ثمّ ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=g(x)-e^{-x+1}$

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ (Δ) ، يُطلب تعيين معادلة له.

4) أ) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f)

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x)=-2x+m$ حلّين مختلفين.

5) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بيّن أنّ: $\int_0^1 x\,e^{-x+1}\,dx=e-2$

ب) استنتج بالسنتيمتر المربع $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بـ (C_f) و (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=0$ و $x=1$

انتهى الموضوع الأول

www.dzexams.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 5 قطع كهربائية غير متمايزة ولا نفرق بينها باللمس، منها 3 قطع سليمة وقطعتان غير سليمتين.

نرمز إلى القطعة السليمة بالرّمز S وإلى القطعة غير السليمة بالرّمز $\overline{S}$

نسحب عشوائيا من الكيس 3 قطع على التوالي مع الإرجاع ، ونعتبر الحوادث:

A : " القطعة الأولى المسحوبة سليمة " ، B : " سحب قطعة واحدة فقط سليمة "

C : " القطعة الثالثة المسحوبة سليمة "

1) شكّل شجرة الاحتمالات التي تُنمذج هذه التجربة.

2) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ احتمالي الحادثتين A و B ثمّ بيّن أنّ: $P(C)=\frac{3}{5}$

3) احسب الاحتمال الشرطي $P_C(A)$ ، هل الحادثتان A و C مستقلتان ؟

4) نُرفق بكل قطعة سليمة العدد 10 وبكل قطعة غير سليمة العدد -10 ، ونعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب من الكيس لثلاث قطع مجموع الأعداد المرفقة بها.

أ) برّر أنّ قيم المتغير العشوائي X هي: -30 ، -10 ، 10 ، 30

ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة مع التبرير في كل حالة مما يلي:

1) z عدد مركب مرافقه $\overline{z}$ ، مرافق العدد المركب $z+i$ هو:

أ) $\overline{z}-i$ ب) $\overline{z}+i$ جـ) $z-i$

2) العدد المركب $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2024}$ يساوي: أ) 1 ب) i جـ) -1

3) z عدد مركب حيث $z=2\left(1+i\sqrt{3}\right)$

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، نضع: $S_n=\ln|z|+\ln|z|^2+\dots+\ln|z|^n$ ، لدينا:

أ) $S_n=(n+1)^2\ln 2$ ب) $S_n=n(n+1)\ln 2$ جـ) $S_n=2\left(\frac{1-(2\ln 2)^n}{1-2\ln 2}\right)\ln 2$

4) z عدد مركب حيث: $z=\sin\frac{\pi}{8}+i\cos\frac{\pi}{8}$ ، الشّكل المثلثي للعدد المركب z هو:

أ) $-\cos\frac{\pi}{8}+i\sin\frac{\pi}{8}$ ب) $\cos\frac{\pi}{8}+i\sin\frac{\pi}{8}$ جـ) $\cos\frac{3\pi}{8}+i\sin\frac{3\pi}{8}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) f الدّالة العددية المعرّفة على المجال $[2;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{x+1}{2x}$

– شكّل جدول تغيرات الدّالة f ثمّ استنتج أنّه من أجل كلّ x من $[2;+\infty[$ فإنّ $\frac{1}{2}<f(x)\leq\frac{3}{4}$

www.dzexams.com

2) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $n\geq 2$ بـ : $u_n=\frac{n}{2^n}$

أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $n\geq 2$ فإنّ $\frac{u_{n+1}}{u_n}\leq\frac{3}{4}$

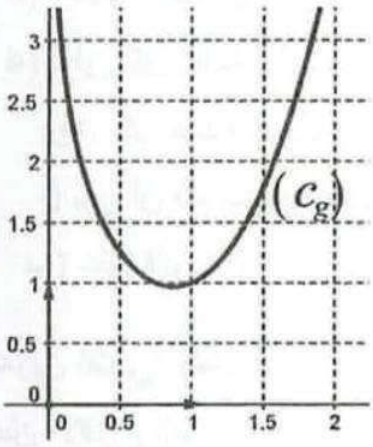
ب) أثبت أنّه: من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $n\geq 2$ فإنّ $u_n\leq\frac{1}{2}\times\left(\frac{3}{4}\right)^{n-2}$ ثمّ استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

جـ) نضع من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $n\geq 2$: $S_n=\frac{u_2}{2}+\frac{u_3}{3}+\dots+\frac{u_n}{n}$

– بيّن أنّ: $S_n=\frac{1}{2}\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right)$ ثمّ عيّن العدد الطبيعي n حتى يكون $S_n=\frac{511}{1024}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدّالة المعرّفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\frac{1}{2}x^3+\frac{1}{2}-\ln x$ ، (C_g) تمثيلها البياني كما في الشّكل.



– بقراءة بيانية ، عيّن إشارة $g(x)$

II) f الدّالة المعرّفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=-x-\frac{\ln x}{x^2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، (وحدة الطول $2cm$).

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}f(x)$

2) أ) بيّن أنّه من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ فإنّ $f'(x)=\frac{-2g(x)}{x^3}$

ب) استنتج اتجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

جـ) أثبت أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7<\alpha<0,71$

3) أ) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) ، يطلب تعيين معادلة له.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

4) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه -1 ، يطلب تعيين معادلة له.

5) أ) ارسم كلّا من (Δ) ، (T) و (C_f)

ب) m وسيط حقيقي، عيّن بيانيا قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة: $\frac{\ln x}{x^2}=m$ حلّين مختلفين.

6) أ) أثبت أنّ الدّالة $H:x\mapsto\frac{-1-\ln x}{x}$ هي دالة أصلية للدّالة $h:x\mapsto\frac{\ln x}{x^2}$ على $]0;+\infty[$

ب) $\mathcal{A}(\alpha)$ المساحة بالسنتيمتر المربع للحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=-x$ ، $x=\alpha$ ، $x=1$

– بيّن أنّ: $\mathcal{A}(\alpha)=4\left(\alpha^2-\frac{1}{\alpha}+1\right)$

انتهى الموضوع الثاني

www.dzexams.com

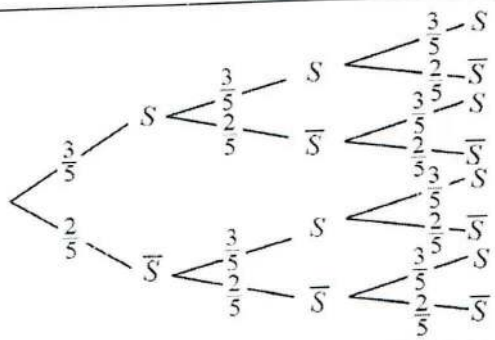
	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة
	التمرين الأول (04 نقاط)		
I) 1)	أ) $P(A)=\frac{C_4^3+C_5^3}{C_{11}^3}=\frac{14}{165}$ ، $P(B)=\frac{C_8^3}{C_{11}^3}=\frac{56}{165}$	$0,5\times 2$	1,75
	$P(C)=1-P(B)=\frac{109}{165}$	$0,25$	
	ب) $P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{1}{7}$	$0,5$	
2)	$\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c} x_i & 0 & 1 & 2 & 3 \\ \hline P(X=x_i) & \frac{56}{165} & \frac{84}{165} & \frac{24}{165} & \frac{1}{165} \end{array}$ $E(X)=\frac{9}{11}$	$0,25\times 4$ $0,25$	1,75
	ب) $P(X>1)=P(X=2)+P(X=3)=\frac{5}{33}$	$0,5$	
II)	$P(D)=1-P(\overline{D})=1-\frac{A_9^3}{A_{11}^3}=\frac{27}{55}$ أو $P(D)=\frac{3A_2^1\times A_9^2+3A_2^2\times A_9^1}{A_{11}^3}=\frac{27}{55}$	$0,5$	0,5
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
I)	$S=\left\{1-2\sqrt{3}\,;1-\sqrt{3}-i\,;1-\sqrt{3}+i\right\}$	$0,5\times 3$	1,5
II) 1)	$z_A-1=2\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$ $z_C-1=2\left(\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right)+i\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)\right)$ $z_B=\left(2\sqrt{3}-1\right)\left(\cos\pi+i\sin\pi\right)$	$0,5\times 3$	1,5
2)	$z_D=\frac{z_A-z_B+z_C}{1-1+1}=1$	$0,5$	0,5
3)	$ABCD$ معيّن ($ABCD$ متوازي أضلاع و $AB=AD=2$)	$0,5$	0,5
	التمرين الثالث (05 نقاط)		
1)	$u_1=2$ ، $u_2=\frac{1}{2}$ و $u_3=\frac{7}{5}$ البرهان بالتراجع أنّه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0\le u_n\le 2$	$0,25\times 3$ $0,75+0,25$	1,75

www.dzexams.com

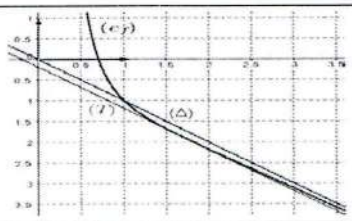
2,25	$0,5+0,75$	أ) $v_{n+1}=-\frac{2}{3}v_n$ ، $v_n=-\frac{1}{4}\left(-\frac{2}{3}\right)^n$	2)
	$0,5$	ب) $u_n=\frac{5}{1-v_n}-4$	
	$0,5$	$\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{5}{1+\frac{1}{4}\left(-\frac{2}{3}\right)^n}-4\right)=1$	
1	$0,5$	$S_n=-\frac{3}{20}\left(-\frac{2}{3}\right)^n\left(1+\left(\frac{2}{3}\right)^{2025}\right)$	3)
	$0,25\times2$	$T_n=\frac{1}{5}(2025-S_n)$ ومنه $T_n=405+\frac{3}{100}\left(-\frac{2}{3}\right)^n\left(1+\left(\frac{2}{3}\right)^{2025}\right)$	
		التمرين الرابع (07 نقاط)	
0,75	$0,5+0,25$	$g(1)=-1$ ، من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$ فإنّ $g(x)<0$	I)
1,75	$0,5+0,25$	أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$	II) 1)
	$0,25$	ب) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(-2x+3)\right]=0$	
	$0,75$	لمّا $x<0$: (C_f) أعلى (Δ) و لمّا $x>0$: (C_f) أسفل (Δ) $(\Delta)\cap(C_f)=\{I(0;3)\}$	
1	$0,5$	أ) $f'(x)=g(x)-e^{-x+1}$	2)
	$0,25$	ب) f متناقصة تماما على $\mathbb{R}$	
	$0,25$	جدول التغيّرات x: $-\infty$ ، $+\infty$ $f'(x)$: $-$ $f(x)$: $+\infty$ ↘ $-\infty$	
0,75	$0,5+0,25$	$f'(x)=-2$ تكافئ $x=1$ ، معادلة لـ (T) : $y=-2x+2$	3)
1,75	$0,25\times2$	أ) الرسم رسم (Δ) و (T)	4)
	$0,75$	رسم (C_f)	
	$0,5$	ب) تقبل المعادلة $f(x)=-2x+m$ حلّين مختلفين لمّا $2<m<3$	
1	$0,5$	أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، نجد: $\int_0^1 xe^{-x+1}dx=e-2$	5)
	$0,5$	ب) $\int_0^1\left(-2x+3-f(x)\right)dx=e-2$ ومنه: $\mathcal{A}=4(e-2)\,cm^2$	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.

www.dzexams.com

	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة
	التمرين الأول (04 نقاط)		
(1	شجرة الاحتمالات 	0,5	0,5
(2	$P(A)=\frac{3}{5}$ ، $P(B)=3\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{2}{5}\right)^2=\frac{36}{125}$ ، $P(C)=\left(\frac{3}{5}\right)^3+\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{2}{5}\right)^2+2\left(\frac{3}{5}\right)^2\left(\frac{2}{5}\right)=\frac{3}{5}$	$0,5\times3$	2,25
(3	$P(A\cap C)=\left(\frac{3}{5}\right)^3+\left(\frac{3}{5}\right)^2\left(\frac{2}{5}\right)=\frac{9}{25}$ و $P_C(A)=\frac{P(A\cap C)}{P(C)}=\frac{3}{5}$ A و C مستقلتان: $P(A\cap C)=P(A)\times P(C)$ أو $P_C(A)=P(A)$	$0,25\times3$	
(4	أ) تبرير أنّ قيم المتغير العشوائي هي: -30 ، -10 ، 10 ، 30.	0,25	1,25
	ب) قانون الاحتمال: $\begin{array}{c\|c\|c\|c\|c} x_i & -30 & -10 & 10 & 30 \\ \hline P(X=x_i) & \frac{8}{125} & \frac{36}{125} & \frac{54}{125} & \frac{27}{125} \end{array}$	0,75	
	الأمل الرياضياتي: $E(X)=6$	0,25	
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
(1	الإجابة: أ) $\overline{z+i}=\overline{z}-i$	$0,5\times2$	1
(2	الإجابة: أ) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{2024}=(i)^{2024}=1$	$0,5\times2$	1
(3	الإجابة: ب) $S_n=2\ln2(1+2+\cdots+n)=n(n+1)\ln2$	$0,5\times2$	1
(4	الإجابة: جـ) $z=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{8}\right)=\cos\frac{3\pi}{8}+i\sin\frac{3\pi}{8}$	$0,5\times2$	1
	التمرين الثالث (05 نقاط)		
(1	– جدول تغيرات الدّالة f $\begin{array}{c\|c} x & 2 \quad\quad +\infty \\ \hline f'(x) & - \\ \hline f(x) & \frac{3}{4} \searrow \frac{1}{2} \end{array}$	$0,25\times4$	1,5
	– استنتاج أنّ: من أجل كلّ $x\in[2;+\infty[$ فإنّ $\frac{1}{2}<f(x)\le\frac{3}{4}$	0,5	

www.dzexams.com

2	0,75	أ) من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$، $n\geq 2$ فإنّ $\frac{u_{n+1}}{u_n}=f(n)$ ومنه $\frac{u_{n+1}}{u_n}\leq\frac{3}{4}$	(2
	$0,75+0,25$	ب) برهان أنّه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ حيث $2\leq n$: $u_n\leq\frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^{n-2}$	
	$0,25$	$\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0$ ، يمكن استعمال $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n}{e^{n\ln 2}}=0$	
1,5	$0,5+1$	جـ) $S_n=\frac{1}{2}\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right)$ ، $S_n=\frac{511}{1024}$ تعني: $n=10$	
		التمرين الرابع (07 نقاط)	
0,5	0,5	$g(x)$ موجب تماما على المجال $]0;+\infty[$	(I
0,5	0,5	$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}f(x)=+\infty$	(1(II
1,75	0,5	أ) $f'(x)=\frac{-2g(x)}{x^3}$	(2
	0,25 0,25	ب) الدّالة f متناقصة تماما على $]0;+\infty[$ جدول التغيرات x: 0 ، $+\infty$ $f'(x)$: $-$ $f(x)$: $+\infty$ ↘ $-\infty$	
	0,75	جـ) f مستمرة ومتناقصة تماما على $[0,7;0,71]$ و $f(0,7)\times f(0,71)<0$ ومنه: $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,7<\alpha<0,71$	
0,75	0,25	أ) $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)+x)=0$ ومنه $(\Delta): y=-x$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f)	(3
	0,5	ب) من $f(x)+x=\frac{-\ln x}{x^2}$ نجد: (C_f) أعلى (Δ) على $]0;1[$ وأسفل (Δ) على $]1;+\infty[$ ويقطعه في النقطة $A(1;-1)$	
0,75	$0,5+0,25$	$f'(x)=-1$ تكافئ $x=\sqrt{e}$ ، ومعادلة لـ (T): $y=-x-\frac{1}{2e}$	(4
1,5	$0,25\times 2$ 0,5	أ) الرسم. رسم (Δ) و (T) رسم (C_f)  	(5
	0,5	ب) للمعادلة: $\frac{\ln x}{x^2}=m$ حلّان مختلفان لمّا $0<m<\frac{1}{2e}$	
1,25	0,5	أ) من أجل كلّ x من $]0;+\infty[$ ، $H'(x)=h(x)$	(6
	0,5	ب) $\int_{\alpha}^{1}\frac{-\ln x}{x^2}dx=H(\alpha)-H(1)=\frac{-1-\ln\alpha}{\alpha}+1$	
	0,25	من $f(\alpha)=0$ نجد: $\ln\alpha=-\alpha^3$ ومنه $\mathcal{A}(\alpha)=4\left(\alpha^2-\frac{1}{\alpha}+1\right)$	

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.

www.dzexams.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي دورة 2025

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأوّل

التمرين الأول: (04 نقاط)

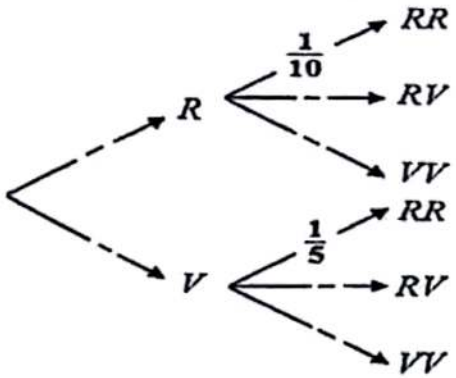
يحتوي صندوق U_1 على 5 كريّات منها: كريّتان حمراوان وثلاث كريّات خضراء، ويحتوي صندوق U_2 على 5 كريّات منها: ثلاث كريّات حمراء وكريّتان خضراوان (جميع الكريّات متماثلة ولا نفرق بينها باللّمس).

نسحب عشوائيا 3 كريّات بالكيفية التّالية: نقوم بسحب كريّة واحدة من U_1 ونسجّل لونها.

- إذا كانت الكريّة المسحوبة حمراء نعيدها إلى U_1 ثمّ نسحب منه عشوائيا كريّتين في آن واحد.
- وإذا كانت الكريّة المسحوبة خضراء نضعها في U_2 ثمّ نسحب منه عشوائيا كريّتين في آن واحد.

نعتبر الحوادث R : « الحصول على كريّة حمراء » ، V: « الحصول على كريّة خضراء »

A : « الحصول على 3 كريّات من نفس اللّون » ، B : « الحصول على كريّة خضراء على الأقل »



1) انقل وأكمل شجرة الاحتمالات المقابلة.

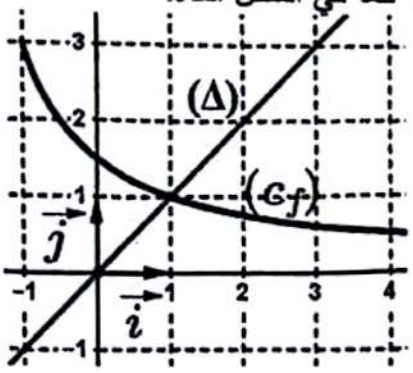
2) احسب احتمالي الحادثتين A و B

3) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كريّات بالكيفية السّابقة عدد الكريّات الحمراء المسحوبة.

- عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

1) f الدّالة المعرّفة على $[-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{3}{x+2}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ كما في الشّكل أدناه.



(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ:

$u_0=-1$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) انقل الشّكل على ورقة الإجابة ثمّ مثّل على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (دون حسابها مبرزا خطوط التّمثيل).

ب) ضع تخمينا حول اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

www.dzexams.com

2) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{1-u_n}{3+u_n}$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسيّة أساسها $-\frac{1}{3}$ ثمّ اكتب v_n بدلالة n

ب) استنتج كتابة u_n بدلالة n ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3) احسب بدلالة n كلّا من S_n و T_n حيث: $S_n = v_0+v_1+\cdots+v_n$ و $T_n = \ln|v_0|+\ln|v_1|+\cdots+\ln|v_n|$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) حلّ في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(iz+2)(z^2+2\sqrt{3}z+4)=0$

2) المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ و A ، B ، C نقط من المستوي لاحقاتها على التّرتيب z_A ، z_B و z_C حيث: $z_A=2i$ ، $z_B=-\sqrt{3}+i$ و $z_C=\overline{z_B}$

أ) اكتب كلاً من z_A ، z_B و z_C على الشّكل المثلّثي.

ب) استنتج أنّ النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدّائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

جـ) حدّد طبيعة المثلث ABC ثمّ عيّن لاحقة مركز ثقله.

3) z عدد مركّب حيث: $z=(\cos\theta+i\sin\theta)z_A$ و θ عدد حقيقي مع $0<\theta<\frac{\pi}{2}$

- عيّن قيمة θ بحيث يكون $\frac{5\pi}{6}$ عمدة للعدد z

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^{2x}-e^x-x-2$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$).

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وبيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

ب) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=-x-2$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$

جـ) ادرس الوضع النّسبي للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ)

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=(e^x-1)(2e^x+1)$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا لـ(Δ)، يُطلب تعيين معادلة له.

4) أثبت أنّ للمعادلة $f(x)=0$ حلّين فقط α و β ثمّ تحقّق أنّ: $-2,2<\alpha<-2,1$ و $0,8<\beta<0,9$

5) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف، يُطلب تعيين إحداثييها.

6) أ) ارسم كلّا من (Δ) ، (T) و (C_f)

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم العدد الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $e^{2x}-e^x-m-2=0$

7) احسب بـالسّنتيمتر المربّع $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$y=-x-2$ ، $x=-1$ و $x=0$

انتهى الموضوع الأوّل

www.dzexams.com

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

1) انشر $(1+i)^2$ ثمّ حلّ في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $z^2=8i$

2) المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ و A ، B ، C نقط من المستوي لاحقاتها على التّرتيب z_A ، z_B و z_C حيث: $z_A=2+2i$ ، $z_B=-z_A$ و $z_C=\overline{z_B}$

أ) اكتب كُلاً من z_A ، z_B و z_C على الشّكل المثلّثي.

ب) استنتج أنّ النّقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدّائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

3) تحقّق أنّ: $z_A-z_C=i(z_B-z_C)$ ثمّ حدّد طبيعة المثلّث ABC

4) عيّن z_D ، z_E لاحقتي النّقطتين D ، E على التّرتيب حتى تكون النقطة C مركز المربّع $ABDE$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I) يحتوي صندوق U_1 على 6 كريّات متماثلة ولا نفرق بينها باللّمس منها: 3 كريّات خضراء وكريّتان حمراوان وكريّة بيضاء واحدة. نسحب عشوائيا من الصندوق U_1 كريّتين في آن واحد ونعتبر الحادثتين:

E : « الحصول على كريّة حمراء واحدة فقط » ، F : « الحصول على كريّتين من نفس اللّون ».

1) احسب $P(E)$ احتمال الحادثة E

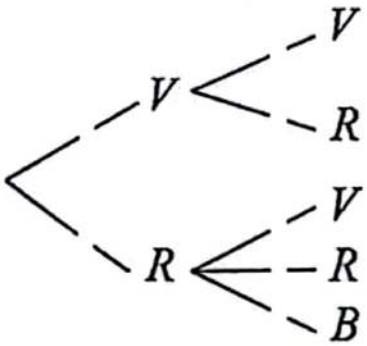
2) بيّن أنّ $P(F)$ احتمال الحادثة F يساوي $\frac{4}{15}$ ثمّ استنتج احتمال الحصول على كريّتين من لونين مختلفين.

II) يحتوي صندوق آخر U_2 على 6 كريّات متماثلة ولا نفرق بينها باللّمس منها: 4 كريّات خضراء وكريّتان حمراوان.

نرمز بـ V ، R ، B إلى خضراء، حمراء، بيضاء على الترتيب، ونسحب عشوائيا من U_2 كريّة واحدة ونسجّل لونها.

- إذا كانت الكريّة المسحوبة خضراء، نسحب كريّة أخرى من U_2 دون إرجاع الكريّة الأولى.

- وإذا كانت الكريّة المسحوبة حمراء، نسحب كريّة واحدة من U_1



1) انقل واملأ شجرة الاحتمالات المقابلة.

2) أ) ما احتمال الحصول على كريّة حمراء في السّحب الثاني؟

ب) بيّن أنّ احتمال الحصول على كريّة خضراء في السّحب الأول علما أنّ الكريّة الثانية المسحوبة حمراء يساوي $\frac{12}{17}$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) ادرس اتّجاه تغيّر الدّالة f المعرّفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{5x}{2x+1}$

2) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=3$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) احسب الحدّين u_1 و u_2 ثمّ خمّن اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

ب) برهن بالتّراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $2<u_n\leq 3$

جـ) ادرس اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

www.dzexams.com

3) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = 3^n\left(1-\frac{2}{u_n}\right)$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسيّة أساسها $\frac{3}{5}$ ثمّ اكتب v_n بدلالة n

ب) استنتج بدلالة n حساب المجموع S_n حيث: $S_n = v_0+5v_1+5^2v_2+\dots+5^n v_n$

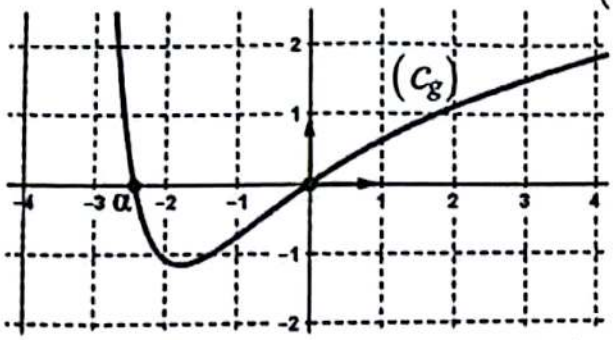
جـ) اكتب عبارة u_n بدلالة n ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

4) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $\frac{6}{u_n}=3-\frac{1}{5^n}$

ب) استنتج بدلالة n حساب المجموع T_n حيث: $T_n = \frac{6}{u_0}+\frac{6}{u_1}+\dots+\frac{6}{u_n}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) g الدّالة المعرّفة على $]-4;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{x^2+(x^2+8x)\ln(x+4)}{(x+4)^2}$



تمثيلها البياني (C_g) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و 0 كما في الشّكل المقابل.

1) بقراءة بيانية، حدّد إشارة $g(x)$ على $]-4;+\infty[$

2) تحقّق أنّ: $-2,5<\alpha<-2,4$

II) f الدّالة المعرّفة على $]-4;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x^2\ln(x+4)}{x+4}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-4} f(x)$ وبيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $]-4;+\infty[$ ، $f'(x)=g(x)$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) عيّن فاصلتي نقطتي تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

ب) احسب $f(2)$ ، $f(4)$ ثمّ ارسم (C_f) (نأخذ: $f(\alpha)\simeq 1,7$)

4) عيّن قيم العدد الحقيقي الموجب تماما m حتى يكون للمعادلة: $f(x)=\ln m$ ثلاثة حلول مختلفة.

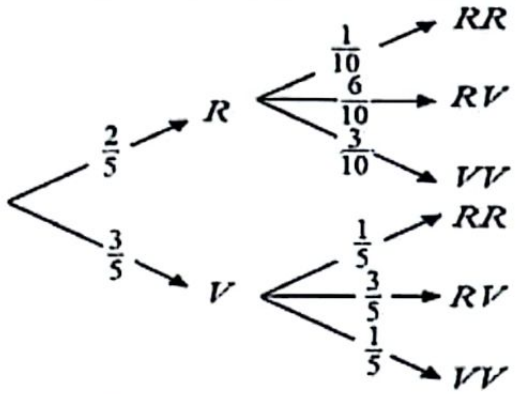
5) h الدّالة المعرّفة على $]-4;+\infty[$ بـ: $h(x)=\frac{(x^2+1)\ln(x+4)}{x+4}$ ، (C_h) تمثيلها البياني.

أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $[-3;0]$ ، $h(x)-f(x)\geq 0$

ب) احسب $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بـ (C_f) ، (C_h) والمستقيمين ذوي المعادلتين: $x=-3$ و $x=0$

انتهى الموضوع الثّاني

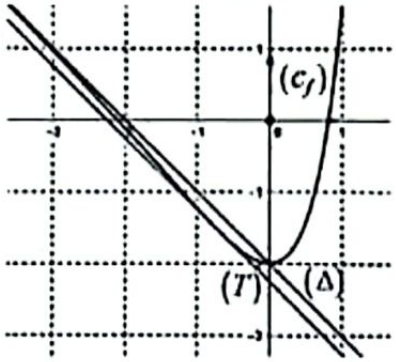
www.dzexams.com

	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة مجزأة	العلامة
	التمرين الأول (04 نقاط)		
(1	الشّجرة: 	$0,25\times6$	1,5
(2	$P(A)=\frac{4}{25}$ ، $P(B)=1-\frac{1}{25}=\frac{24}{25}$	0.5×2	1
(3	$X(\Omega)=\{0;1;2;3\}$		1,5
	x_i: 0, 1, 2, 3 ؛ $P(X=x_i)$: $\frac{3}{25}$, $\frac{12}{25}$, $\frac{9}{25}$, $\frac{1}{25}$	$0,25$ / $0,25\times4$	
	$E(X)=\frac{33}{25}$	$0,25$	
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
(1	أ) تمثيل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3	$0,5$	1
	ب) (u_n) ليست رتيبة ومتقاربة.	$0,25\times2$	
(2	أ) من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $v_{n+1}=-\frac{1}{3}v_n$	$0,5$	2
	$v_n=\left(-\frac{1}{3}\right)^n$	$0,5$	
	ب) $u_n=\frac{1-3v_n}{1+v_n}=\frac{1-3\left(-\frac{1}{3}\right)^n}{1+\left(-\frac{1}{3}\right)^n}$ أو $u_n=-3+\frac{4}{1+\left(-\frac{1}{3}\right)^n}$	$0,5$	
	$\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=1$	$0,5$	
(3	$S_n=\frac{3}{4}\left(1-\left(-\frac{1}{3}\right)^{n+1}\right)$	$0,5$	1
	$T_n=-\frac{1}{2}n(n+1)\ln3$	$0,5$	
	التمرين الثالث (05 نقاط)		
(1	$S=\{2i;-\sqrt{3}-i;-\sqrt{3}+i\}$	$0,5\times3$	1,5

www.dzexams.com

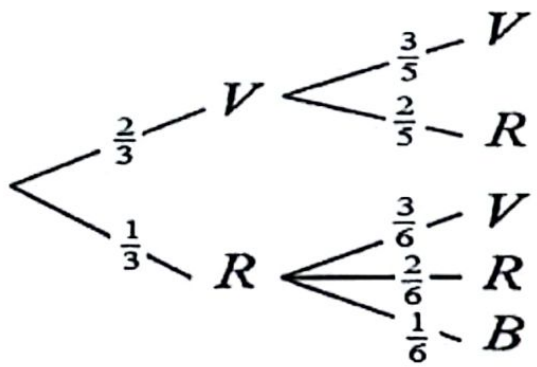
2)	أ) $z_A=2\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$ ، $z_B=2\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$ $z_C=2\left(\cos\frac{7\pi}{6}+i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$	$0,5\times3$	3
	ب) $\lvert z_A\rvert=\lvert z_B\rvert=\lvert z_C\rvert=2$ ومنه: النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها 2	0,25 0,5	
	جـ) المثلث ABC متساوي الساقين. لاحقة مركز ثقله هي: $\frac{-2\sqrt{3}}{3}+\frac{2}{3}i$	0,5 0,25	
3)	$\arg(z)=\theta+\frac{\pi}{2}+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$ ومنه: $\theta+\frac{\pi}{2}=\frac{5\pi}{6}$ أي: $\theta=\frac{\pi}{3}$	$0,25\times2$	0,5
	التمرين الرابع (07 نقاط)		
1)	أ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ ، تبيان أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	$0,25\times2$	1,25
	ب) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(f(x)-(-x-2)\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(e^{2x}-e^{x}\right)=0$ أي: (Δ) ذو المعادلة: $y=-x-2$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $-\infty$	0,25	
	جـ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f(x)-(-x-2)=e^{x}\left(e^{x}-1\right)$ لمّا $x=0$: (Δ) يقطع (C_f) في $A(0;-2)$ لمّا $x<0$: (C_f) أسفل (Δ) ولمّا $x>0$: (C_f) أعلى (Δ)	0,5	
2)	أ) من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $f'(x)=(e^{x}-1)(2e^{x}+1)$	0,5	1,25
	ب) الدالة f متناقصة تماما على $]-\infty;0]$ ومتزايدة تماما على $[0;+\infty[$ جدول التغيرات: $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 0 & & +\infty \\ \hline f'(x) & & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & +\infty & \searrow & -2 & \nearrow & +\infty \end{array}$	0,5 0,25	
3)	$f'(x)=-1$ تكافئ $x=-\ln 2$ ، $(T): y=-x-\frac{9}{4}$	$0,5+0,25$	0,75
4)	f مستمرة على $\mathbb{R}$ ورتيبة تماما على كلّ من المجالين $]-\infty;0]$ و $[0;+\infty[$ وتغير إشارتها على كلّ منهما، ومنه: للمعادلة $f(x)=0$ حلان α و β في $\mathbb{R}$ وبما أنّ $f(-2,2)\times f(-2,1)<0$ فإنّ $-2,2<\alpha<-2,1$ وبما أنّ $f(0,8)\times f(0,9)<0$ فإنّ $0,8<\beta<0,9$	0,25 $0,25\times2$ $0,25\times2$	1,25
5)	من أجل كلّ x من $\mathbb{R}$ ، $f''(x)=e^{x}(4e^{x}-1)$. f'' تنعدم وتغير إشارتها عند $-\ln 4$ و $B\left(-\ln 4;-\frac{35}{16}+\ln 4\right)$ نقطة الانعطاف.	$0,25\times2$	0,5

www.dzexams.com

6)	أ) رسم (Δ) ، (T) رسم (C_f)  	$0,25\times2$ $0,5$	1,5
	ب) $e^{2x}-e^{x}-m-2=0$ تكافئ $f(x)=-x+m$ $m<-\frac{9}{4}$: لا توجد حلول ، $m=-\frac{9}{4}$ أو $m\geq-2$: يوجد حل واحد. $-\frac{9}{4}<m<-2$: يوجد حلان مختلفان.	$0,5$	
7)	$\mathcal{A}=4\int_{-1}^{0}\left((-x-2)-f(x)\right)dx=\left(2-\frac{4}{e}+\frac{2}{e^2}\right)cm^2$	$0,5$	0,5

ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.

www.dzexams.com

	عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة العلامة
	التمرين الأول (04 نقاط)		
1)	$(1+i)^2=2i$ $z^2=8i$ تكافئ $z=2+2i$ أو $z=-2-2i$	0,25 0,25×3	1
2)	أ) $z_A=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ ، $z_B=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$ $z_C=2\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$	0,25×3	1,5
	ب) $\lvert z_A\rvert=\lvert z_B\rvert=\lvert z_C\rvert=2\sqrt{2}$ النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها $2\sqrt{2}$	0,25 0,25×2	
3)	التحقق أنّ: $z_A-z_C=i(z_B-z_C)=4$ لدينا: $\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}=i$ ومنه المثلّث ABC قائم في C ومتساوي الساقين.	0,5 0,25×2	1
4)	$\frac{z_A+z_D}{2}=z_C$ تكافئ $z_D=-6+2i$ $\frac{z_B+z_E}{2}=z_C$ تكافئ $z_E=-2+6i$	0,25×2	0,5
	التمرين الثاني (04 نقاط)		
I) 1)	عدد الحالات الممكنة: $C_6^2=15$ ، $P(E)=\frac{C_2^1\times C_4^1}{C_6^2}=\frac{8}{15}$	0,5×2	1
2)	$P(F)=\frac{C_2^2+C_3^2}{C_6^2}=\frac{4}{15}$ ، $P(\overline{F})=1-P(F)=\frac{11}{15}$	0,5×2	1
II) 1)	الشّجرة:  	0,5+0,25×2	1
2)	أ) احتمال الحصول على كرية حمراء في السحب الثاني هو p_1 حيث: $p_1=\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{17}{45}$	0,25×2	1

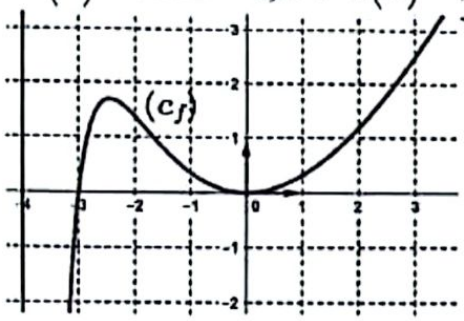
www.dzexams.com

	ب) احتمال الحصول على كرية خضراء في السحب الأول علما أنّ الكرية الثانية المسحوبة حمراء هو p_2 حيث: $p_2=\frac{\frac{2}{3}\times\frac{2}{5}}{p_1}=\frac{12}{17}$	$0,25\times2$	
	التمرين الثالث(05 نقاط)		
1)	لدينا: $f'(x)=\frac{5}{(2x+1)^2}$ ومنه: f متزايدة تماما.	$0,25\times2$	0,5
2)	أ) $u_1=\frac{15}{7}$ و $u_2=\frac{75}{37}$ ، التخمين: (u_n) متناقصة تماما.	$0,25\times3$	2
	ب) البرهان بالتّراجع أنّ: $2<u_n\leq3$	$0,5+0,25$	
	جـ) $u_{n+1}-u_n=\frac{2u_n(2-u_n)}{2u_n+1}$ ، (u_n) متناقصة تماما.	$0,5$	
3)	أ) من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_{n+1}=\frac{3}{5}v_n$ ، (v_n) هندسيّة أساسها $\frac{3}{5}$	$0,5$	2
	$v_0=\frac{1}{3}$ و $v_n=\frac{1}{3}\left(\frac{3}{5}\right)^n$	$0,25\times2$	
	ب) $S_n=\frac{1}{6}\left(3^{n+1}-1\right)$	$0,5$	
	جـ) عبارة u_n : $u_n=\frac{6}{3-\left(\frac{1}{5}\right)^n}$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=2$	$0,25\times2$	
4)	أ) التحقّق أنّ: $\frac{6}{u_n}=3-\frac{1}{5^n}$	$0,25$	0,5
	ب) $T_n=3(n+1)-\frac{5}{4}\left[1-\left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}\right]=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5}\right)^n+3n+\frac{7}{4}$	$0,25$	
	التمرين الرابع (07 نقاط)		
I 1)	إشارة $g(x)$: $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -4 & & \alpha & & 0 & & +\infty \\ \hline g(x) & \| & + & 0 & - & 0 & + & \end{array}$	$0,5$	0,5
2)	لدينا: $g(-2,5)=0,3$ و $g(-2,4)=-0,22$ ومنه: $-2,5<\alpha<-2,4$	$0,25\times2$	0,5
II 1)	$\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-4}f(x)=-\infty$ ، تبيان أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$	$0,5\times2$	1
2)	أ) من أجل كلّ x من $]-4;+\infty[$ ، $f'(x)=g(x)$	$0,75$	1,75
	ب) f متناقصة تماما على $[\alpha;0]$ ومتزايدة تماما على كل من $[0;+\infty[$ و $]-4;\alpha]$	$0,5$	

www.dzexams.com

	جدول التغيرات:		0,5
3)	أ) $f(x)=0$ تكافئ $x\in\{-3;0\}$	$0,25\times2$	1,75
	ب) $f(2)=\frac{2}{3}\ln 6\simeq 1,2$ ، $f(4)=6\ln 2\simeq 4,2$	$0,25\times2$	
	رسم (C_f):	$0,75$	
4)	للمعادلة: $f(x)=\ln m$ ثلاثة حلول مختلفة من أجل $1<m<e^{f(\alpha)}$	0,5	0,5
5)	أ) تبيان أنّه: من أجل كلّ x من $[-3;0]$ ، $h(x)-f(x)\geq 0$	0,5	1
	ب) حساب مساحة: $\mathcal{A}=\int_{-3}^{0}\frac{\ln(x+4)}{x+4}dx=2(\ln 2)^2\ u.a$	0,5	

x	-4		α		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(\alpha)$	↘	0	↗	$+\infty$



ملاحظة: تُقبل جميع طرائق الحلّ الصحيحة مع التقيّد بسلّم التنقيط.

www.dzexams.com

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي — الدورة: 2026

الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأوّل

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

I) يحتوي كيس على 9 كريّات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس منها: كريّتان تحملان الرّقم 1 وأربع كريّات تحمل الرّقم 2 وثلاث كريّات تحمل الرّقم 3 . نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كريّات في آن واحد ونعتبر الحوادث:

A : « سحب ثلاث كريّات تحمل نفس الرّقم » ، B : « سحب ثلاث كريّات أرقامها مختلفة مثنى مثنى »

C : « سحب ثلاث كريّات مجموع أرقامها عدد زوجي »

1) أ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث A ، B و C على الترتيب.

ب) بيّن أنّ: $P(A\cap C)=\frac{1}{21}$ ثمّ استنتج $P_A(C)$

2) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كريّات، عدد الكريّات التي تحمل الرّقم 2

- عيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

II) نضيف إلى محتوى الكيس السّابق n كريّة تحمل الرّقم 1 ثمّ نسحب منه كريّتين على التوالي دون إرجاع.

- عيّن قيمة n حتى يكون احتمال الحصول على كريّتين لا تحمل أيّ منهما الرّقم 1 يساوي $\frac{1}{5}$

التمرين الثّاني: (04 نقاط)

I) حلّ في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: $(iz+4)(z^2-4z+16)=0$

II) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ و A ، B ، C و D نقط من المستوي لاحقاتها على الترتيب z_A ، z_B ، z_C و z_D حيث: $z_A=4$ ، $z_B=iz_A$ ، $z_C=2-2i\sqrt{3}$ و $z_D=-iz_C$

1) أ) اكتب كلّا من z_B ، z_C و z_D على الشّكل المثلثي.

ب) علّم النقط A ، B ، C و D ثمّ تحقّق أنّها تنتمي إلى نفس الدّائرة التي يُطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

2) أ) برّر أنّ: $z_D-z_B=\sqrt{3}(z_C-z_A)$ ثمّ استنتج أنّ المستقيمين (BD) و (AC) متوازيان.

ب) بيّن أنّ: $|z_B-z_A|=|z_D-z_C|$

جـ) استنتج طبيعة الرباعي $ABDC$ ثمّ عيّن لاحقة النقطة G مركز ثقله.

3) تحقّق أنّ: $z_D-z_A=i(z_B-z_C)$ ثمّ عيّن الأعداد الطبيعيّة n حتى يكون $\left(\frac{z_D-z_A}{z_B-z_C}\right)^n$ عددا حقيقيا.

Eddirasa.com

التمرين الثّالث: (05 نقاط)

1) ادرس اتّجاه تغيّر الدّالة f المعرّفة على المجال $]-2\,;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{4x}{x+2}$

2) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=4$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) احسب u_1 و u_2 ثمّ خمّن اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

ب) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n>2$

جـ) ادرس اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n)

3) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{u_n-2}{u_n}$

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ ، يُطلب كتابة v_n بدلالة n

ب) عبّر عن u_n بدلالة n ثمّ احسب نهاية المتتالية (u_n)

4) نضع: من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $S_n=v_0+v_1+\cdots+v_n$ و $T_n=\dfrac{1}{u_0}+\dfrac{1}{u_1}+\cdots+\dfrac{1}{u_n}$

- احسب S_n بدلالة n ثمّ استنتج أنّ: $T_n=\dfrac{1}{2}n+\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n+2}$

التمرين الرّابع: (07 نقاط)

I) g الدّالة المعرّفة على $]0\,;+\infty[$ بـ: $g(x)=2x-2-4\ln x$

1) ادرس اتّجاه تغيّر الدّالة g وشكّل جدول تغيّراتها.

2) أ) احسب $g(1)$ ثمّ بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلّا وحيدا α في المجال $]3,5\,;3,6[$

ب) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

II) f الدّالة المعرّفة على $[0\,;+\infty[$ بـ: $f(0)=0$ ومن أجل كلّ $x>0$ ، $f(x)=x^2+2x-4x\ln x$

(c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}\dfrac{f(x)}{x}$ ، فسّر النتيجة هندسيا واحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

2) بيّن أنّه: من أجل كلّ $x>0$ ، $f'(x)=g(x)$ ثمّ استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f وشكّل جدول تغيّراتها.

3) أ) بيّن أنّ (c_f) يقبل نقطة انعطاف A ، يُطلب تعيين إحداثييها.

ب) عيّن معادلة لـ (T) مماس المنحني (c_f) عند النقطة ذات الفاصلة 2

4) أ) ارسم (T) و (c_f) (نأخذ: $f(\alpha)\simeq1,7$)

ب) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x)=m$ ثلاثة حلول.

5) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، بيّن أنّ: $\displaystyle\int_1^e x\ln x\,dx=\frac{e^2+1}{4}$

ب) احسب $\mathcal{A}$ مساحة الحيّز المستوي المحدّد بـ (c_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=1$ و $x=e$

انتهى الموضوع الأوّل

Eddirasa.com

الموضوع الثّاني

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

I) يحتوي كيس على 10 كريّات متماثلة ولا نفرّق بينها باللّمس ذات الألوان الأخضر، الأحمر والأبيض.

نسحب من الكيس بطريقة عشوائية كريّة واحدة ونُعرّف قانون احتمال هذه التجربة بالجدول الآتي:

الكريّة المسحوبة	خضراء	حمراء	بيضاء
الاحتمال	$\frac{1}{10}$	a	$2a$

حيث $a \in \mathbb{R}$

- احسب قيمة a ثمّ استنتج عدد كلّ من الكريّات الخضراء ، الحمراء ، البيضاء.

II) نفرض أنّ الكيس يحتوي على كريّة واحدة خضراء ، 3 كريّات حمراء و 6 كريّات بيضاء.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريّات من هذا الكيس ونعتبر الحوادث:

A : « الحصول على كريّة حمراء واحدة فقط » ، B : « الحصول على كريّتين بالضبط من نفس اللّون »

C : « الحصول على ثلاث كريّات ليست كلّها من نفس اللّون »

1) أ) احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمالات الحوادث A ، B و C على الترتيب.

ب) احسب احتمال الحصول على كريّتين بيضاوين علما أنّنا لا نحصل على الكريّة الخضراء.

2) X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ عملية سحب لثلاث كريّات، عدد الألوان التي تحملها الكريّات المسحوبة.

- بيّن أنّ: $P(X=2)=\frac{27}{40}$ وعيّن قانون احتمال المتغيّر العشوائي X ثمّ احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

التمرين الثّاني: (04 نقاط)

1) نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية: (E) ... $z^2+\alpha z+4=0$ حيث α عدد حقيقي.

أ) احسب $\left(-1+i\sqrt{3}\right)^2$ ثمّ استنتج الجذرين التربيعيين للعدد $-2-2i\sqrt{3}$

ب) عيّن α حتى يكون العدد المركب $-1+i\sqrt{3}$ حلّا للمعادلة (E) ثمّ استنتج حلّها الآخر.

2) نعتبر الأعداد المركبة z_1 ، z_2 و z_3 حيث: $z_1=-1+i\sqrt{3}$ ، $z_2=-1-i\sqrt{3}$ و $z_3=\sqrt{2}(1-i)$

أ) اكتب كلّا من z_1 ، z_2 و z_3 على الشّكل المثلثي.

ب) استنتج الشّكل المثلثي للعدد المركب L حيث: $L=\frac{z_1\times z_3}{z_2}$

جـ) اكتب L على الشّكل الجبري ثمّ استنتج القيمة المضبوطة لكلّ من $\cos\frac{13\pi}{12}$ و $\sin\frac{13\pi}{12}$

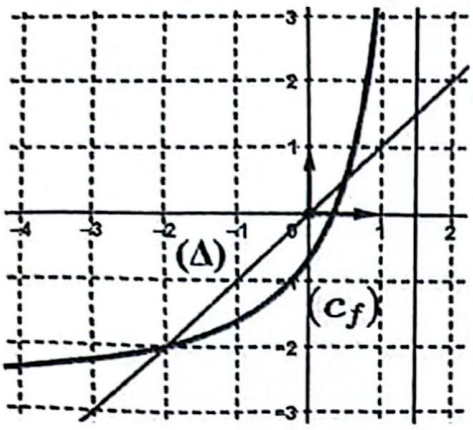
التمرين الثّالث: (05 نقاط)

f الدّالة المعرّفة على $\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[$ بـ: $f(x)=\frac{-6x+2}{2x-3}$ و (c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـ: $u_0=0$ ومن أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

Eddirasa.com

1) بقراءة بيانية، حدّد اتّجاه تغيّر الدّالة f وبرّر أنّه: من أجل كلّ x من $[-2;0]$ ، $f(x)-x\leq 0$



2) أ) انقل الشّكل على ورقة الإجابة ثمّ مثّل على حامل محور الفواصل الحدود: u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3 (دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل).

ب) خمّن اتّجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها.

3) أ) برهن بالتراجع أنّه: من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $-2<u_n\leq 0$

ب) حدّد اتجاه تغيّر المتتالية (u_n)

4) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{4+2u_n}{1-2u_n}$

أ) أثبت أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{2}{7}$ ، يُطلب كتابة عبارة v_n بدلالة n

ب) عبّر عن u_n بدلالة n ثمّ احسب نهاية المتتالية (u_n)

5) (w_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n=\ln(v_n)$

أ) بيّن أنّ المتتالية (w_n) حسابية، يُطلب تعيين أساسها وحدّها الأول.

ب) بيّن أنّه: من أجل كلّ n من $\mathbb{N}$ ، $w_0+w_1+\cdots+w_n=\frac{1}{2}(n+1)\left[(\ln 2-\ln 7)n+4\ln 2\right]$

التمرين الرّابع: (07 نقاط)

f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x)=1+\dfrac{5-4e^x}{e^{2x}-1}$ و (c_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) احسب النهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثمّ فسّر النتائج هندسيا.

2) أ) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$ ، $f'(x)=\dfrac{2e^x(e^x-2)(2e^x-1)}{(e^{2x}-1)^2}$

ب) استنتج اتّجاه تغيّر الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

3) بيّن أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$ ، $f(-x)+f(x)=-3$ وفسّر النتيجة هندسيا ثمّ ارسم المنحني (c_f)

4) أ) تحقّق أنّه: من أجل كلّ x من $\mathbb{R}^*$ ، $f(x)=-4+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{9e^x}{1+e^x}-\dfrac{e^x}{1-e^x}\right)$

ب) احسب بدلالة λ المساحة $\mathcal{A}(\lambda)$ للحيّز المستوي المحدّد بـ (c_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$y=-4$ ، $x=\lambda$ و $x=-\ln 2$ حيث: $\lambda<-\ln 2$ ثمّ احسب $\lim\limits_{\lambda\to-\infty}\mathcal{A}(\lambda)$

5) g الدّالة المعرّفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=f(\ln x)$

- تحقّق أنّه: من أجل كلّ $x>1$ ، $g(x)=\dfrac{(x-2)^2}{x^2-1}$ وحدّد اتّجاه تغيّر الدّالة g ثمّ شكّل جدول تغيّراتها.

انتهى الموضوع الثّاني

Eddirasa.com